*MASTER NEGATIVE*
*NO. 93-81240-8*

*AUTHOR:*

PESCH, JOHANNES

*TITLE:*

DE PROCLI FONTIBUS: DISSERTATIO AD ...

*PLACE:*

LUGDUNI-BATAVORUM

*DATE:*

1900

Master Negative #

93-81240-8

COLUMBIA UNIVERSITY LIBRARIES
PRESERVATION DEPARTMENT

## BIBLIOGRAPHIC MICROFORM TARGET

Original Material as Filmed - Existing Bibliographic Record



Pesch, Johannes Gerard van
De Procli fontibus, dissertatio ad historiam matheseos Graecae pertinens, specimen litterarium inaugurale quod ... submittet Johannes Gerardus van Pesch ... Lugduni-Batavorum, Van Nifterik, 1900.
158 p. 25 cm.

Thesis, Leyden, 1900.

Re

TECHNICAL MICROFORM DATA

FILM SIZE: 35mm REDUCTION RATIO: 11x
IMAGE PLACEMENT: IA IIA IB IIB
DATE FILMED: 3-31-93 INITIALS MCW
FILMED BY: RESEARCH PUBLICATIONS, INC WOODBRIDGE, CT

# DE PROCLI FONTIBUS.

DISSERTATIO AD HISTORIAM MATHESEOS
GRAECAE PERTINENS.

TYPIS L. VAN NIFTERIK H.F., LUGDUNI-BATAVORUM.

# DE PROCLI FONTIBUS.

DISSERTATIO AD HISTORIAM MATHESEOS GRAECAE PERTINENS.

SPECIMEN LITTERARIUM INAUGURALE

QUOD

EX AUCTORITATE RECTORIS MAGNIFICI

**H. A. LORENTZ,**

PHIL. DOCT., IN FACULTATE PHIL. PROF.

AMPLISSIMI SENATUS ACADEMICI CONSENSU

ET

NOBILISSIMAE FACULTATIS LITTERARUM ET PHILOSOPHIAE DECRETO

PRO GRADU DOCTORATUS

SUMMISQUE IN LITTERARUM CLASSICARUM DISCIPLINA HONORIBUS AC PRIVILEGIIS

**IN ACADEMIA LUGDUNO-BATAVA**

RITE ET LEGITIME CONSEQUENDIS FACULTATIS EXAMINI SUBMITTET

**JOHANNES GERARDUS VAN PESCH**

BREDANUS

DIE VI MENSIS APRILIS, A. MDCCCC, HORA III.

LUGDUNI-BATAVORUM,

APUD L. VAN NIFTERIK H.F.

MDCCCC.

CARISSIMAE MATRI

ET

PATRIS PIAE MEMORIAE.

# PROLEGOMENA.

„In summo apud Graecos honore geometria fuit; itaque nihil mathematicis illustrius." Cic. Tusc. Disp. I § 5.

„Ein flüchtiger Blick auf die Geschichte der Philosophie lehrt, wie die Auffassungen bezüglich des theoretischen Charakters der Mathematik in einer wesentlichen und oft bestimmenden Art auf die Gestaltung bedeutender philosophischer Weltanschauungen eingewirkt haben." Husserl, Ueber den Begriff der Zahl, p. 1.

Cuicunque persuasum est philologicae disciplinae eum potissimum propositum esse scopum ut intellegamus, qua ratione antiquorum populorum ingenium atque indoles sensim pedetentimque creverit adoleveritque, quoque modo pervenerit ad eam maturitatem eamque perfectionem, quam hodierni quoque suspiciant atque admirentur homines, ei non erit contemnenda historia matheseos Graecae. Tam felici enim eventu illi arti operam dederunt Graeci, ut gloria immortalis, quae iis contigit, partim huc videatur esse referenda. Mathematici Graeci posteritati reliquerunt opera, quae ne summis quidem aliarum artium monumentis sunt postponenda. Sic Euclidis Elementa digna

sunt iudicata, quae hodiernis quoque temporibus Britannicos pueros primis geometriae imbuerent initiis. Nec non Newton, princeps ille mathematicorum, permagni hoc faciebat opus, quippe qui queri soleret, quod studia mathematica aggrediens totum se libris Cartesii aliorumque recentiorum dedisset, Euclidis Elementis minus attente perlectis [1]; qui idem de Apollonio quoque iudicium tulisse fertur honorificentissimum et in universum vehementer admirabatur veterum demonstrandi rationem. Imprimis enim Hugenii opera ideo tantum ei praebere solebant voluptatem, quod antiquorum methodus optime ibi servata esse ei videbatur [2]. At hodie quoque magna cum reverentia de geometria Graeca loquuntur viri ad tales res iudicandas maxime idonei; cuius rei ut unum afferam exemplum: Zeuthen in libro, qui inscribitur „Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter" et alia in Graecorum profert honorem et haec: „Die Griechen hatten eine Geometrie aufgebaut, welche die Raumverhältnisse mit einer solchen Vollständigkeit und mit solcher Sicherheit in allen Schlüssen behandelte, dass sie vollauf ihren Platz als Wissenschaft selbst gegenüber den strengsten Anforderungen der neuesten Zeit behaupten kann" (p. 289). In universa autem matheseos historia insignem locum obtinet Graecorum mathematica, quippe quae apud eos tantos fecerit progressus, ut multo demum post eodem pervenire potuerit recentiorum geometria, idque diligenter consultis veterum illorum operibus copiosissimis.

Praecipuum igitur inter ingenii Graeci opera locum obtinent ea, quae in mathematica praestitit populus ille singulari ad hanc disciplinam indole praeditus. Erat autem apud eos mathematica non ea scientia, cui pauci tantum homines talibus

1) Newton, Opusc. mathem. I, vit. Newt. p. XXII.
2) L.l. p. XXXII.

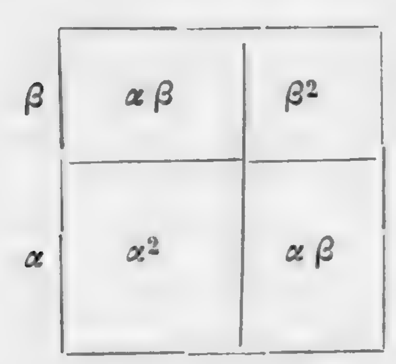


studiis nati darent operam, sed inter artes habebatur liberales, quarum esse rudi nemini licebat homini paulo cultiori. Hanc iuvenes discendi cupidos docere solebant sophistae [1]. Praesertim autem Platonis hic valuit auctoritas, qui ad mathematices studium acriter discipulos suos adhortari solebat, cum, ut est notissimum, permagnam censeret inesse in his studiis utilitatem iis, qui philosophiae se dedere haberent in animo. Quin etiam fertur Academiae fronti insculpenda curasse haec verba: *μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μου τὴν στέγην* [2]; neque aliter unus ex eius successoribus, Xenocrates, iuvenem quendam hisce ablegasse dicitur: *πορεύου· λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας* [3]. Imprimis autem ipsum *μαθήσεως* nomen illis potissimum inde ab Aristotele datum disciplinis, quae quantitates rerum considerant et in numeris et magnitudinibus versantur quasque hodie quoque mathematicas appellamus, sc. arithmeticae, geometriae, astronomiae [4], clare indicat eas prae ceteris disciplinis apud Graecos fuisse in honore.

Hoc quoque philologo historiae matheseos Graecae operam danti non parvam parit voluptatem, quod inde peculiare Graecorum ingenium tam bene nosci vel potius agnosci potest. Quemadmodum enim semper laudi iis attribui solet, quod plastica, quae vulgo dicitur, mentis vi in paucis erant praediti, ita ipsa haec ingenii eorum proprietas ex mathematica quoque Graeca

1) Vid. v.c. Plat., Protag. p. 318, E.
2) Tzetzes, Chil. VIII, 972.
3) Diog. Laert., ed. Cobet, p. 95.
4) Musicam quoque in earum numerum referre solent Graeci. Mathematicum enim in modum hanc artem tractarant Pythagorei, quibus principia doctrinae de sonorum discriminibus debentur, cum diatessaron consonantiam sesquitertia proportione, diapente sesquialtera, diapason vero consonantiam dupla proportione constare invenerint. Etiam Euclides, mathematicus ille *κατ᾽ ἐξοχήν*, de arte musica conscripsit opusculum, cui titulus *κατατομὴ κανόνος*. Neque Geminus in variis mathematices partibus enumerandis *τῆς κανονικῆς* rationem non habuit (Procl. in Elem. Eucl. comment., ed. Friedlein, p. 40, 22 sqq.).

undique elucet. Nati enim erant Graeci geometriae atque haec ipsa est disciplina, de qua tam praeclare sunt meriti. Nam arithmeticam algebramque quamquam minime contempserunt, tamen hae artes modica tantum apud eos ceperunt incrementa multoque feliciore eventu ab Indis sunt cultae [1]). Utramque enim disciplinam Graeci ratione geometrica tractaverunt. Nam algebra, qualem nos novimus, carebant, quoniam nondum iis notus erat usus singularum litterarum certorumque quorundam signorum, qui nostras expositiones tam breves reddit simplicesque. Geometricam habebant Graeci algebram, ut cum Zeuthenio loquar [2]). Apud eos enim algebraica aequalitas fit aequalitas linearum vel superficierum. Sic in secundo Euclidis Elementorum libro multae extant geometricae algebraicarum proprietatum demonstrationes; ut unum áfferam exemplum: proprietas, quae hodierna formula $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ exprimitur, apud Euclidem ita est enuntiata: „Si recta linea utcumque secatur, quadratum totius aequale est quadratis partium et duplo rectangulo partibus comprehenso" [3]). Nec non aequationes primi vel etiam secundi gradus eos hac ratione solvere potuisse, id primus in clara luce posuit Zeuthen [4]). V. c. sexta secundi Euclidis Elementorum libri propositio continet solutionem aequationis, quam sic hodie scribimus: $ax + x^2 = b^2$. Hac tamen in re Graeca aequationum solvendarum ratio a nostra discedit, quod affirmativas tantum indagat radices, quoniam negativae quantitates iis erant ignotae.




Arithmeticam quoque apud Graecos cum geometria arte

1) Cf. De Boer, De Wiskunde der Indiërs, p. 1 sqq. et p. 26 sq.
2) Geschichte der Math. im Altert. u. Mittelalt. p. 44 sqq.
3) Euclid. Elem. II, 7.
4) L.l. p. 48 et passim in: »Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum."



fuisse connexam et aliunde apparet et ex nominibus nonnullis, quae numeris attribuebantur, velut numeri trianguli, quadrati, cubi, plani, solidi, etc. [1]). Etiam proportionalitatum doctrina apud Euclidem geometrica ratione tractata invenitur.

Iam apparet, opinor, me non temere dixisse Graecam indolem ad geometriam egregie fuisse comparatam. Quod ut etiam melius eluceat, raptim persequamur, qua via mathematica Graeca ad summum suum pervenerit fastigium.

Ut in mathematica recentiore multorum clarissimorum occurrunt philosophorum nomina, ita etiam apud Graecos haud exiguam huic disciplinae attulerunt utilitatem philosophi. Quorum aetate primus *Thales*, postquam in Aegypto, ubi satis longum eum degisse temporis spatium pro certo constat [2]), geometriae initiis est imbutus, in patriam reversus multos ad hoc studium adhortatus est. Aegyptii enim annuis Nili inundationibus terminos agrorum turbantibus vix potuerunt, quin geometriae darent operam [3]); quae disciplina ex necessitate igitur vitae est nata, id quod ipsum quoque *geometriae* nomen diserte testatur. Postea autem apud Graecos geometriam genuinam scientiam esse factam inde manifestum est, quod Aristotelis temporibus agrimensorum ista ars, quae vitae usui est accommodata, alio nomine, sc. γεωδαισίας appellari solet (vid. v. c. Ar. Metaph. II, p. 997 *b*, 26 sqq.). Qua ex re bene percipi potest differentia, quae est inter Aegyptiorum et Graecorum geometriam. Aegyptiis enim quamquam satis multae ex

1) Ex hac geometrica numerorum appellatione Lange petiit argumentum ad stabiliendam sententiam quandam Kantianae plane oppositam. Kant enim numeri temporisque notiones arte coniungit, secundum Langium vero spatii perceptioni altera inhaeret. Quam Langii opinionem refutavit Husserl (Ueber den Begriff der Zahl).
2) Cf. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, I² pag. 126.
3) Cff. Herodot. II, 109; Strab. XVII p. 787, etc.

propositionibus geometricis erant notae, tamen eorum geometria scientiae nomine numquam se dignam praestitit; id Graecae demum contigit, quae multas res ad universi generis disputationem referre magnamque operam in generalibus rerum mathematicarum methodis investigandis consumere soleret [1]). Qua in re multum *Pythagorae* deberi docet nos auctor, cui fides abroganda minime videtur [2]). Nam plurimum laboris a Pythagorae secta in matheseos esse collocatum studio, res est notissima; quid autem ipsi Pythagorae, quid singulis Pythagoreis sit vindicandum satis ambiguum est, quapropter hac re in medio relicta hoc tantum considerare velim, quid in universum *Pythagorei* in mathematica praestiterint. Magna igitur ex parte eorum studia mathematica ad arithmeticam pertinebant; varia distinguebant numerorum genera, ut numeros pares et impares sive gnomonicos, planos et solidos, triangulos et quadratos [3]); proportionum deinde doctrinam ab iis esse cultam hinc elucet, quod medietates arithmetica, geometrica, harmonica iis erant notae [4]). Quod autem ad geometriam attinet, primum hic commemorandum videtur celeberrimum theorema vulgo ipsi Pythagorae attributum, quo theoremate duce alia quoque res gravissima etiam non advertentibus iis innotuit, nempe irrationale [5]).

---

1) Cf. Bretschneider, Die Geometrie und die Geometer vor Euklides, p. 11—12.

2) Proclus in comment. in Eucl. Elem., p. 65, 16 sqq.

3) Vid. passim apud Theon. Smyrn., Exposit. rerum mathem. ad legendum Platonem utilium.

4) Porphyr. ad Ptolem. Harmon.

5) Num ipsi Pythagorae utrumque hoc inventum sit attribuendum equidem valde dubito. Nam extant quidem non pauca huius rei testimonia, ex quorum numero prae ceteris loco cuidam in Procli in Eucl. commentariis (p. 426, 6 sqq.) magnam auctoritatem attribuere solent viri docti. Sed iniuria id fieri in cap. V ostendetur, admodum autem mihi Schroederi arridet sententia, qui in libello, cui titulus »Pythagoras und die Inder", probare studuit Pythagoram notissimum istud theorema nec non Irrationalis inventum ab Indis esse mutuatum, cum et aliis in rebus magna inter Indorum Pythagoraeque placita similitudo ubique eluceat, et ex eorum de ritibus sacrificis libris, qui »Çulvasûtra" nominantur, appareat optime Indos utramque illam rem mathematicam habuisse cognitam (cf. imprimis Schroeder p. 39—55) Etiam Garbe in libro, qui inscribitur »Die Sâmkhya-Philosophie", Schroederi sententiam amplexus est ibique admodum reddidit probabile Pythagorae illas Indorum doctrinas per Persas innotuisse (v. Garbe, p. 88—96). Schroederi autem sententia accepta simul alia quaestio ad liquidum perduci potest. Quoniam enim a theorematis notissimi demonstratione, quam Euclides in primo exhibet Elementorum libro, Pythagorae demonstrandi rationem diversam fuisse docent Procli verba, quae p. 426, 9—11 extant, quaenam haec Pythagorae fuerit demonstratio diu quaesiverunt viri docti et alii alias ei obtruserunt demonstrationes. Quoniam vero ex sacrificalibus illis Indorum libris patet eos istud theorema hac ratione demonstrasse, ut primum ostenderent in eo rectangulo triangulo, qui latera rectum angulum comprehendentia aequalia habet, quadratum in latere sub recto angulo subtendente constructum quadratis in lateribus rectum angulum comprehendentibus constructis esse aequale, deinde autem non aliter se rem habere in rectangulo triangulo, illa latera non aequalia habente, haec demonstrandi ratio Pythagorae quoque tuto iam assignari potest.



Parallelarum quoque linearum doctrinam [1]) tetigerunt, neque iis incognitae erant quinque figurae solidae aequilaterae atque aequiangulae, tetraëdrum, cubus, octaëdrum, icosaëdrum, dodecaëdrum [2]). Porro aequilaterum triangulum, quadratum, quinquangulum quoque aequilaterum et aequiangulum in circulum inscribere poterant [3]), unde sequitur ne sectionem quidem auream, i. e. lineam secundum rationem extremam ac mediam divisam [4]), eos latuisse.

Multa igitur cum Pythagoreis debeat mathesis, haud levia *Platonis* quoque erga eam merita sunt putanda, qui et discipu-

---

1) Procl. l.l. p. 379, 2 sqq.

2) Diels, Doxogr. Gr., p. 655.

3) Cantor l.l. p. 164—166.

4) Quam late in aesthetica pateat sectio aurea primus indicavit Zeising, qui detexit lineam in duas divisam partes tum demum oculis magnam parere voluptatem, cum secundum rationem extremam ac mediam sit divisa. Quam doctrinam et aliis modis et exemplis ab antiqua arte desumptis illustravit. Videatur v. c. Lysippi celeberrimi Apoxyomeni exemplum, quod exhibet Kapp in »Philosophie der Technik". Quamquam non ita accipienda est haec res, quasi artifices de industria atque data opera ubique applicaverint sectionem auream (v. Kapp, l.l. p. 217—218). Ceterum in architectura quoque Graeca (v. c. in Parthenone) praecipuas agere partes sectionem auream indicavit Zeising, nec non in Gothica ornandi arte haec ratio valet. Cff. Günther in Zeitschr. für Mathem. u. Phys. XXI, Hist.-Litt. Abtheil., p. 157—165 et Schultz, Die Harmonie in der Baukunst.

los suos ad geometriae studium incitare soleret et ipse in ea versatissimus fuerit, id quod ubique eius testantur opera. Imprimis autem operam dabat, ut accurate definirentur res mathematicae et axiomata aptis verbis conciperentur; quae res haud parvi est aestimanda momenti. Etiam analyticam invenisse dicitur methodum [1]), quae mathematicae tam unice profuit. Unus autem ex eius discipulis, *Theaetetus*, cum irrationalium doctrinam locupletiorem reddidit, tum in stereometriam incubuit (cf. Cantor l.l. p. 223 sq.), quam misere a Graecis neglegi Plato erat conquestus (Leg. 805). Ad quam excolendam *Eudoxus* quoque haud exiguum ingenii acumen attulit; qui repperit quamlibet pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis quam pyramis altitudinemque aequalem, itemque conum tertiam esse partem cylindri basim eandem habentis quam conus et altitudinem aequalem (Archim. ed. Heiberg, vol. I p. 4), effecit autem, ut proportionalitatum doctrina a Pythagoreis inchoata incommensurabiles quoque magnitudines complecteretur.

Iamque mathematice elementaria eo erat provecta, ut paulo post (anno fere 300 a. C. n.) *Euclides* praeclarum Elementorum opus conscribere potuerit. In quo quamquam haud dubie non pauca de suo adiecit Euclides multasque propositiones propria demonstravit ratione, tamen summam rerum eum a prioribus mathematicis mutuatum esse inter viros doctos constat. Elementa autem libros complectuntur XIII, quorum primus, secundus, tertius, quartus planimetriam tractant (in secundo geometrica ista algebra, de qua supra egimus, exponitur), quintus autem proportionalitatum continet doctrinam, in quo libro secundum scholium quoddam [2]) Eudoxea tantum inveniuntur. Sextus autem liber de similitudine est figurarum, septimus, octavus,

1) Pr. l.l. p. 211, 19 sqq.
2) Euclid. ed. Heiberg, vol. V p. 282.



nonus arithmeticam amplectuntur, decimo de incommensurabilibus disseritur magnitudinibus. Denique tres ultimi libri stereometriam tractant (in decimo tertio etiam sermo est de planis figuris in circulum inscriptis), in quibus multa insunt, quae ad Eudoxum et Theaetetum videntur esse referenda [1]).

Interim dudum ante Euclidem tria potissimum problemata geometrarum animos ad se converterant: trisectio anguli, circuli quadratura, duplicatio cubi. Quae problemata arti mathematicae quam maxime profuerunt; nam, dum ea solvere conantur mathematici, sponte nata est altior quae vocatur geometria. Multae enim lineae curvae quod sunt inventae, huc videtur referendum. Ad primum enim anguli trisectionis problema solvendum *Hippias*, notus sophista, quadratricem invenit [2]), quam lineam postea *Dinostratus* ad longitudinem circuli quadrantis explorandam adhibuit [3]), ut ita circuli quadraturae problema solveretur, unde istud „quadratricis" nomen ei contigit [4]). Multo autem post *Nicomedes* (sec. a. C. n. saeculo) aliam detexit lineam curvam, conchoidem ab ipso appellatam, quae duobus simul problematis solvendis inserviebat, anguli trisectioni et duplicationi cubi [5]). — De circuli autem quadraturae problemate, quod *Anaxagoras* animi relaxandi causa in carcere attigisse dicitur [6]), optime meritus est *Bryson* sophista, qui, postquam *Antiphon* circulum tamquam limitem polygonorum in eum inscriptorum consideravit [7]), polygona non tantum in circulum inscripsit, sed etiam circum eum circumscripsit [8]). Qua tamen

1) Tannery, La Géométrie Grecque, p. 97 sqq.
2) Procl. l.l. p. 272.
3) Pappus, ed. Hultsch, vol. I p. 256.
4) Itaque iniuria a multis Dinostrato huius lineae inventae laus attribuitur, v. c. a v. d. Badon Ghyben, Beginselen der Hoogere Meetkunst, 1886, p. 222.
5) Procl. l.l. p. 272; Eutoc. in Archim., ed. Heiberg, p. 114 sqq.
6) Cf. Plutarch., de exil. 17.
7) Simplic. in Ar. Phys. comm., ed. Diels, p. 54—55.
8) Philop. in Arist. Analyt. post., p. 118.

in re hoc commisit vitium, quod sumebat circulum arithmeticam utriusque polygoni esse mediam. Deinde *Hippocrates Chius* (± 420 a. C. n.) èt demonstravit circulos eam inter se habere rationem quam quadrata diametrorum, èt quadraturae circuli problema hac ratione solvere conatus est, quod circulum variis constare lunulis sumebat, quarum lunularum quadraturam investigavit [1]. Multo autem post *Archimedes* de Dimensione Circuli scripsit libellum, in quo primum demonstrat omnem circulum aequalem esse rectangulo triangulo, cuius alterum laterum rectum angulum continentium radio, basis autem ambitui circuli sit aequalis [2], deinde operam dat, ut ambitus circuli indaget longitudinem, et per computationem satis intricatam invenit perimetrum circuli diametro triplo esse maiorem et praeterea eam excedere spatio minore, quam est septima pars diametri, maiore autem quam $\frac{10}{71}$ [3].

Quod vero attinet ad tertium de cubi duplicatione problema, quod iam apud Euripidem commemoratum invenitur [4], opera Hippocratis Chii illius, qui de circuli quadratura optime est meritus, effectum est ut ad planimetricum problema id sit deductum. Ostendit enim Hippocrates [5], si inter duas lineas rectas, quarum altera duplo maior sit minore, duae proportionales mediae in proportione continua inveniantur, cubum conduplicari posse [6]. Postea autem Delii, quos oraculum aram aliquam conduplicare iusserat, Platonem adisse dicuntur [7], ut

1) Simplic. l.l. p. 56 sqq.
2) Archim. ed. Heiberg, I p. 258—260.
3) Archim. l.l. p. 262—270.
4) Vid. Valcken., Diatrib., p. 203.
5) Eutoc. in Archim., III p. 104.
6) Nam sit $a$ latus dati cubi. Quod si duae inveniri possunt lineae $x$ et $y$, ita ut: $a:x = x:y = y:2a$, solutum est problema. Nam $x^2 = ay$, itaque $x^4 = a^2y^2$; $y^2$ autem $= 2ax$, ergo $x^4 = 2a^3x$ et $x^3 = 2a^3$. Itaque $x$ est latus cubi, qui duplo maior est dato cubo.
7) Eutoc. l.l. p. 104—106.



hoc problema solvendum curaret, qua ex re „Delii problematis" nactum est nomen. Quod multi geometrae variis modis solvere sunt conati, quorum conamina enumerata et explicata inveniuntur apud Eutocium in commentariis in Archimedem, p. 66—126, ubi Platonis, Archytae, Menaechmi, Eratosthenis, Apollonii, Heronis, Dioclis (qui cissoidem detexit), Spori, aliorum exhibentur Delii problematis solutiones. Ex quibus prae ceteris nunc commemoranda est solvendi ratio, quam iniit *Menaechmus*, quoniam inde apparet auctorem cognitas habuisse parabolam et hyperbolam cum asymptotis, licet nomina harum curvarum linearum nondum ei fuerint nota. Neque ellipsim ignorabat Menaechmus, quippe quem trium conicarum linearum inventorem fuisse significet Eratosthenes [1]. Ceterum ista Menaechmea Delii problematis solutio nos docet eum praecipuas parabolae et hyperbolae proprietates, quae in geometria analytica formulis $y^2 = ax$ et $xy = c^2$ exprimuntur, habuisse cognitas.

Postea autem *Aristaeus* maior egit de coni sectionibus, quamquam quinque Conicorum Elementorum libri iniuria ei attribui videntur [2]. Nulla vero iusta esse potest dubitatio, quin Euclides de hac quoque geometriae parte bene sit meritus quattuor libris de Elementis Conicis in lucem edendis [3], qui tamen libri ad nos non pervenerunt. Neque parva hac in re Archimedis sunt merita; nam totam quidem conicarum linearum doctrinam in uno Elementorum Conicorum opere complexus esse iniuria olim dicebatur [4], sed plurimis tamen locis multas conicarum proprietates a se detectas profert. Ut paucas quasdam afferam:

1) Apud Eutoc., l.l. p. 112; cf. etiam Procl. l.l. p. 111.
2) Vid. Papp ed. Hultsch, p. 672, 11 sqq. cum adnot. Hultschii. Cff. etiam Zeuthen l.l. p. 130 et Heiberg, Litterar-geschichtl. Studien üb. Euklid, p. 85.
3) Cf. Heiberg, l.l. p. 83 sqq.
4) Cantor, l.l. p. 288—289.

invenit Archimedes spatium ellipsi comprehensum ad circulum diametrum maiori ellipsis diametro aequalem habentem eandem habere rationem, quam minor diametrus ad maiorem [1]; segmentum linea recta et parabola comprehensum tertia parte esse maius triangulo eandem basim eandemque altitudinem habente atque segmentum [2]; etc.

Omnino autem in rebus ad conicas lineas pertinentibus palma est deferenda *Apollonio Pergaeo*, qui in octo Conicorum libris universam istam doctrinam exposuit explicavitque; quorum quattuor tantum primi libri Graece ad nos pervenerunt, quintum, sextum, septimum Arabes nobis servarunt, ultimus vero periit [3]. Apollonius primus coni sectionibus ellipsis, hyperbolae, parabolae dedit nomina [4]; primus invenit in quovis cono sive recto sive scaleno tres has sectiones oriri secundum variam plani ad conum positionem. Nam priores mathematici parabolam in rectangulo tantum cono, ellipsim in acutiangulo, hyperbolam in obtusiangulo tantum cono plano ad latus coni perpendiculari ducto effici putabant [5], quamquam ellipsim certe alio quoque modo oriri posse iam Euclides et Archimedes cognoverant [6]. Tot autem linearum conicarum proprietates Apollonius partim a prioribus mathematicis mutuatus est partim ipse invenit, ut postea sectionum conicarum doctrina usque ad Newtonium parva tantum ceperit incrementa. Sic primarias asymptotarum et diametrorum coniugatarum proprietates habebat cognitas, v. c. summam vel differentiam quadratorum diametrorum coniugatarum semper esse eandem; umbilici quoque

1) Archim. I, p. 306.
2) Archim. II, p. 348.
3) Hunc Halley ex indiciis quibusdam apud Pappum Eutociumque obviis restituere conatus est.
4) Papp. ed. Hultsch, p. 674.
5) Eutoc. in Apoll. Conic., ed. Heiberg, vol. II, p. 170.
6) Cf. Heiberg in Zeitschr. f. Mathem. u. Phys. XXV. Hist.-Litt. Abth. p. 44.



ellipsis et hyperbolae ei erant noti, nec non sciebat constantem esse summam vel differentiam linearum, quae ex eodem curvae lineae puncto ad utrumque ducuntur umbilicum. Etiam tangentium linearum doctrina apud eum exposita invenitur. Quarto autem libro investigatur in quot punctis sectiones conorum inter se et cum ambitu circuli concurrant et sextus liber totus est de similitudine conicarum sectionum; etc.

Olim autem homines censebant arcano quodam artificio geometras Graecos ad magnum illum proprietatum linearum conicarum numerum inveniendum pervenisse. Zeuthenio [1] autem praesertim debetur, quod hodie eorum methodi multo meliorem habemus notionem. Detexit enim vir doctus satis magnam inter Graecorum methodum et Cartesianam illam, quae in analytica adhibetur geometria, intercedere similitudinem, coordinatas enim lineas etiam a Graecis esse adhibitas. Sic Apollonius, dum verticem in ipsa sumit coni sectione, abscissarum axem diametrum habet, ordinatarum vero axis apud eum est tangens curvae in vertice, quae abscissarum axi est coniugata. Nostris vero formulis aequationibusque algebraicis, ex quibus curvarum proprietates deducerent, non utebantur Graeci, sed earum loco iis erat geometrica illa algebra, quae qualis fuerit supra indicavimus. Ne tamen hinc concluseris Cartesii inventum minoris esse aestimandum pretii; immo, praeclarum est et praecipua quadam in re antiquorum methodo mirum quantum praestat. Nam Cartesiana ratio elegantem quandam affert demonstrationibus simplicitatem et brevitatem, antiquorum vero geometrica ista algebra disputationes mirum quam prolixas reddit intricatasque.

Tertium ante C. n. saeculum, quo ineunte Euclides, exeunte autem Apollonius floruit, in mathematices historia singularem

1) Vid. Zeuthen: Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum.

obtinet locum, quoniam eminentium floruit mathematicorum ingeniis atque gloria. Nam praeter Euclidem et Apollonium tertius est nominandus praestantissimus mathematicus, omnium geometrarum Graecorum facile princeps, *Archimedem* volo. Cuius merita quod ad circuli dimensionis computationem et coni sectiones attinet iam memoravi. At hercle alia extant complura, neque ea parvi aestimanda; quorum hic pauca quaedam in memoriam revocabo. Conscripsit igitur Archimedes opus de spiralibus lineis, ubi et de variis earum disserit proprietatibus et quadraturam spiralis indagare studet. Nec non stereometriae magna ex parte profuit Archimedes. Duos enim scripsit libros „De Sphaera et Cylindro", in quibus et alia demonstrat et haec: sphaerae superficiem quadruplo esse maiorem circulo maximo[1]; cuiusvis segmenti sphaerae superficiei aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a vertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti[2]; cylindrum basim habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum sesquialterum esse sphaerae, et superficiem eius sesquialteram superficiei sphaerae[3]. Praeterea autem tredecim detexit figuras solidas, quas aequilatera et aequiangula nec tamen similia polygona complectuntur[4]. Deinde de Conoidibus et Sphaeroidibus opus in lucem edidit, ex quibus sphaeroides oritur si ellipsis, conoides rectangulum si parabola, conoides obtusiangulum si hyperbola manente diametro circumvolvitur[5]. Multis quoque aliis inventis Archimedes mathematicen amplificavit,

1) Archim. ed. Heiberg, vol. I p. 136.
2) Archim. I p. 176 et 178.
3) Archim. I p. 146. In tumulo Archimedis monumentum erat extructum, quod cylindrum circum sphaeram circumscriptum exhibebat.
4) Papp. ed. Hultsch, p. 352.
5) Archim. I p. 274 sqq.



quorum prae ceteris hic ea in memoriam revocata velim, quae ad mechanicam pertinent artem.

Exeunte autem tertio a. C. n. saeculo ad summum iam pervenerat mathematica Graeca fastigium et parvos tantum post Apollonium fecit progressus. Stereometriam amplificare studuit *Hypsicles* (sec. a. C. n. saeculo) opere de dodecaëdro et icosaëdro scribendo, quod opus in codicibus tamquam quartus decimus circumfertur Elementorum liber. Exhibent autem codices etiam quintum decimum Elementorum librum, quem discipulo cuidam Isidori Milesii, fortasse Damascio Damasceno (sexto p. C. n. saeculo) deberi veri admodum est simile. Hic quoque liber de quinque agit corporibus solidis, sed admodum est mediocris et Hypsiclis operi par omnino non habendus[1]. Et quoniam hic Euclidis Elementorum mentio est iniecta, simul quaedam in medium proferamus de commentariis, quos in Euclidis Elementa, ut ea amplificarent emendarentque, scripserunt *Hero*, *Porphyrius*, *Pappus*[2]. Qui commentatores et aliis rebus dabant operam et praesertim huic, ut in locum earum Euclidis demonstrationum, quae erant per reductionem ad absurdum, substituerent alias. Permagnus enim apud Euclidem occurrit numerus eiusmodi demonstrationum, quae apud Graecos singulari fruebantur honore, hodiernis vero hominibus minus placent, quoniam mentem nostram non satis vivide feriunt. Quod etiam commentatores illos bene sensisse apparet ex iis, quae modo dixi de ratione qua in Euclide emendando utebantur.

Etiam agrimensorum artem Graeci excoluerunt, ut testantur

1) De utroque hoc libro cf. Kluge, De Eucl. Elementorum libris qui feruntur XIV et XV.
2) Procli Diadochi commentarii, quoniam ad interpretanda tantum Elementa sunt conscripti (cf. cap. II) et ubique fere prioribus nituntur commentariis, hic negligi possunt.

opera *Heronis Alexandrini*, qui de mechanica quoque disciplina bene meritus est. Postquam autem recentissima de Herone studia docuerunt eum duobus fere saeculis postea vixisse quam olim putabant viri docti [1]) (exeunte enim primo p. Chr. n. saeculo floruit), iudicium, quod hodie de Herone ferendum videtur, aliquanto minus est honorificum; multorum enim agrimensorum mechanicorumque studia suum in usum convertere potuit.

Alii quoque mathematices parti, trigonometriam dico, Graeci dederunt operam, quamquam ad sinceram mathesin eam referendam esse non putabant, sed astronomiae gratia in eam incubuerunt. Unde factum est, ut sphaerica praesertim trigonometria ab iis sit exculta, plana neglecta. Imprimis autem *Hipparchi*, *Menelai*, *Claudii Ptolemaei* commemoranda hic sunt nomina. Menelai etiam hodie extat opus, Sphaerica inscriptum, quod per Arabes nobis innotuit; ipse enim liber Graece scriptus periit. In quo opere praecipuae triangulorum sphaericorum exponuntur proprietates. Astronomiae autem in usum trigonometriam tam perfectam instituit Ptolemaeus (± 150 p. C. n.), ut per multa saecula non sit superata [2]); quam doctrinam copiose exposuit in libro, cui titulus *μεγάλη σύνταξις*, ex quo hic imprimis chordarum tabulae videtur commemoranda computatio [3]), cui computationi non parvam attulit utilitatem notissimum illud theorema, quod ab ipso Ptolemaeo nomen adeptum est.

Etiam aliud Ptolemaei opus hic indicare velim, quod testatur veteres quoque vexasse famosum Euclidis undecimum axioma, quod vulgo dicitur (in Heibergii editione est postulatum quintum); cuius axiomatis demonstrationem dare conatus

1) Cf. cap. VII.
2) Cf. Cantor, p. 387.
3) Ptolem. I, cap. 9.



est Ptolemaeus in proprio quodam opusculo [1]). Aliorum quoque multorum eodem postea tetenderunt studia, donec undevicesimo saeculo Legendre, Gauss, Lobatschewsky, Bolyaï, alii operam dederunt, ut geometriam excogitarent, cui isto axiomate non esset opus.

Ad arithmeticae studium *Neopythagorei* reverterunt, de qua bene meritus est *Nicomachus* (± 100 p. C. n.) scribenda Isagoge arithmetica, nec non *Theon Smyrnaeus*, qui composuit libellum et arithmeticae et astronomiae doctrina refertum, cui titulus: „Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium." — Historiae vero geometriae altioris maximam praebet utilitatem *Pappi Alexandrini* Συναγωγή, in quo opere multorum scriptorum mathematicorum refert argumenta eaque commentatur, nec non propria hic illic inventa in lucem protrahit, quae syntheticam imprimis, ut hodie dicitur, geometriam altiorem spectant.

Restat ut paulisper de *Diophanto* disputemus. Qui in mathematica Graeca locum obtinet tam singularem, ut olim Hankel ita de eo sit locutus: „Wären seine Schriften nicht in griechischer Sprache geschrieben, Niemand würde auf den Gedanken kommen, dass sie aus griechischer Cultur entsprossen wären; so weit ist sein Sinn und Geist von dem entfernt, der sich in der klassischen Zeit griechischer Mathematik geoffenbart hatte" [2]). Iniuria autem idem vir doctus putat Diophanti opus ipsius auctoris scatere inventis atque ante eum neminem fere in eadem re operam consumpsisse. Nam fertilissimo licet ingenio Diophantus fuerit praeditus, tamen multa eum ab operibus ante se confectis esse mutuatum recte hodie statuere

1) Procl. p. 365 sqq.
2) Hankel, Zur Geschichte der Mathematik in Altertum und Mittelalter, p. 157.

videntur viri docti [1]). Opus autem Diophanti, quod Arithmetica inscribitur, quamquam non integrum ad nos pervenit, maior certe eius pars aetatem tulit. In quo passim ostendit auctor ad computationes natura se esse comparatum et numerorum tractandorum peritissimum; duo autem praesertim apud eum occurrunt propositionum genera, nempe algebraicae aequationes definitae et indefinitae. Ab antiquis vero arithmeticis longius discedens Euclideam rationem arithmeticae tractandae non adhibet, sed proprie numerales tractat propositiones. Praeterea memoratu dignum est, quod chartae parcens nonnullas res initialibus tantum earum litteris indicat, technica igitur signa quaedam adhibens, quae tamen notis algebraicis, quibus hodie utimur, minime sunt similia, grammaticae enim obtemperant legibus [2]). Praecipua autem signa technica apud Diophantum occurrentia sunt haec: varias incognitae quantitatis dimensiones ita indicat: $\delta^{\upsilon}$ (δύναμις) $= x^2$, $\kappa^{\upsilon}$ (κύβος) $= x^3$, etc., ipsius autem quantitatis incognitae, quae ἀριθμός vocatur, ς est signum. Determinatas vero quantitates, quae μονάδες vocantur, signo $\mu^0$ indicat. Porro aequalitatis signum vulgo ι (ἴσοι) est. Ut autem indicet numerum quendam subtrahendum esse, ei praemittit signum $\uparrow$. Itaque aequatio, quam hodie hunc in modum exprimimus:

$$202\,x^2 + 13 - 10\,x = 13,$$

apud Diophantum ita expressa invenitur:

$$\delta^{\upsilon}\,\overline{\sigma\beta}\;\mu^0\,\overline{\iota\gamma} \uparrow \varsigma\,\overline{\iota}\;\text{ἴσ.}\;\mu^0\,\overline{\iota\gamma}$$ [3]).

Priores autem arithmetici integris tantum operati fuerant numeris, apud Diophantum vero fractiones quoque adhibitae

---

1) Vid. Tannery, La Géom. Gr., p. 13; Zeuthen l.l. p. 256—257, qui mihi acu rem tetigisse videtur; sumpsit enim Graecos praesertim ab Indis, quibus erat cum Alexandria commercium, talibus studiis esse imbutos.

2) Cf. Cantor, p. 442.

3) Diophant. ed. Tannery, I p. 336.



inveniuntur. Sed non eo pervenit, ut etiam numeros negativos aut irrationales adhiberet, qui numquam a Graecis pro numeris habiti sunt.

Ex ea matheseos Graecae imagine, cuius lineamenta in praecedentibus ducere conati sumus, hoc certe elucere opinor, arithmeticam modicos tantum apud Graecos fecisse progressus, algebram autem posterioribus demum temporibus Indorum praesertim opera esse excultam, praecipua vero eorum in mathesi merita ad geometriam pertinere. Planimetriam enim et stereometriam omnibus fere numeris absolutam posteritati tradiderunt, nec non sectionum conicarum doctrina maxima apud eos cepit incrementa. A recentiore vero mathematica duabus praesertim in rebus mathematica Graecorum magnopere differt. Primum nondum inter quantitatum et extensionum doctrinas arta illa constituerunt vincula, quibus haec Vietae imprimis Cartesiique opera ad maiorem adducta est perfectionem. Deinde autem universali analysis infinitesimalis methodo carebant Graeci, quae recentiorum mathesi mirum quantum profuit. Quamquam haud dubie initia certe quaedam huius infinitesimalis doctrinae apud eos occurrunt. Quae res quoniam arte est coniuncta cum philosophica continuitatis notione, sponte pervenimus ad aliam rem, de qua ut paulisper in hisce Prolegomenis disputarem mihi proposui.

Etenim alia adest causa, cur historia matheseos Graecae digna sit, in qua multum consumatur studii: artissimum nimirum vinculum, quo inter se connexae sunt mathesis atque philosophia, cum in universum tum vero apud ipsos Graecos undique elucet. Neque profecto est quod miremur mathesin largam philosophis cogitandi materiem et olim praebuisse et etiamnunc praebere. Unde enim nata est eximia illa scientia,

quae quoniam firmissimam facit fidem, saepe pro principe omnium disciplinarum est habita? Principia mathematica quamnam habent originem? Unde fit, ut mathematica inventa tam egregie prosint ad ipsam rerum naturam intelligendam ibique nusquam non valeant, cum tamen mathesis paucis quibusdam sensuum indiciis adhibitis in intellectus tantum versetur regione et res, de quibus in mathesi fit sermo, separatim certe non existant? [1]) Quid iam statim de puncto statuendum est, quod idem omnino nihil esse videtur et tamen, ut ultimus omnium finis, totius mundi, quem sensibus percipimus, primum est habendum elementum? [2]) Neque profecto in mathematica omnia bene se habent secundum artis logicae praecepta. Ab experientia enim mathesis notionem mutuatur continuitatis, at magnas haec parit molestias rationi, quippe quae semper discernat atque a natura ad discreta tantum intellegenda comparata videatur [3]). Verum quidem est ad continua melius definienda arcessitum esse conceptum infinite parvi, sed hoc ratione defendi omnino nequit; quodammodo enim pugnat contra principium contradictionis quod vulgo dicitur [4]).

Iam patet, opinor, multa inesse in mathematicis, quae ad philosophiae potius pertineant regionem. Neque profecto Graeci philosophi de his rebus cogitare omiserunt; immo, in Pythagoreorum Platonisque philosophia mathesis tam praecipuum obtinet locum, ut mathematices nisi ratio habeatur, eorum placita intellegi omnino nequeant. Antequam autem videamus quid de mathematica senserint philosophi Graeci, paulisper videtur agendum de quaestione, quam supra attigimus —

---

1) Cf. Land, Inleiding tot de wijsbegeerte, p. 333.
2) Cff. Bolland, Aanschouwing en Verstand, p. 11—13; Schmitz-Dumont, Die mathematischen Elemente der Erkenntnisstheorie, p. 272 sq.
3) Cff. Land, l.l. p. 338; Bolland, l.l. passim.
4) Cff. Land, l.l. p 337; Bolland, l.l. p. 40 sqq.



neque a philosophia ea est aliena —, de primis infinitesimalis methodi initiis apud Graecos occurrentibus.

Continuitatis igitur notionem primum Graecis praebuit Irrationale a Pythagoreis deprensum [1]). Quod terrore quodam eos affecisse testatur narratiuncula, quae in scholio quodam in decimum Euclidis Elementorum librum invenitur [2]). Nimirum magnum ibi inesse aenigma sentiebant Pythagorei, neque hac in re obliviscendum est secundum Pythagoreos numerum omnium rerum esse principium, contra quam doctrinam apertis frontibus pugnat Irrationalis illud inventum; quadrati enim diagonalis numerum [3]) non patitur [4]). Molestias autem, quas rationi parit continuitas, nemo melius sensit quam Zeno Eleates, ut manifestum est ex disputationibus, quibus multitudinem aut motum non esse demonstrare studuit [5]). Quae huc fere redeunt omnes, fieri non posse, ut magnitudines continuae in partes discretas dividantur. Nam aut illae partes nullam habent magnitudinem, ita autem idem de earum summa est statuendum; aut habent magnitudinem, tunc vero infinitus earum numerus infinitam efficit magnitudinem [6]). Sic etiam tempus non esse summam singulorum momentorum neque motum summam singulorum motuum ab altero puncto ad alterum confectorum exposuit Zeno. Non sine iusta ergo causa v. d. Simon hoc de eo tulit iudicium: „Einen Markstein in der Geschichte der Infinitesimalrechnung bildet der Eleat Zeno" [7]).

---

1) Cf. supra, p. 6.
2) Euclid. ed. Heiberg, vol. V, p. 417. Non ad Proclum hoc scholium est referendum, ut vulgo putant viri docti (cf. cap. II, p. 56).
3) Pythagorei integros tantum agnoscebant numeros.
4) Cf. Cohn, Geschichte des Unendlichkeitsproblems, p. 19.
5) Haud dubie ad hoc demonstrandum magna ex parte instigatus est Zeno ipso illo Pythagoreorum Irrationalis invento. V. Cohn, l.l. p. 21. Itaque hic quoque intimum mathematices et philosophiae connexum perspicere licet.
6) Simplic. in Ar. Phys., p. 30.
7) Simon, Zur Geschichte und Philosophie der Differentialrechnung, in: Abhandlungen zur Gesch. der Mathem., VIII, p. 115.

Easdem autem molestias curvarum linearum vel superficierum perceptionem nostrae praebere rationi Democritus indicavit quaestione tractanda quid, si conus planis basi parallelis secetur, de segmentorum superficiebus sit statuendum; si enim sunt inaequales, conum reddunt inaequabilem, multas nactum, graduum instar, incisuras et asperitates; sin aequales, cono eveniet quod est cylindri; nam hic ex aequalibus, non inaequalibus, constituitur circulis [1]. — Ceterum secundum Democritum in Vacuo infinito finite tantum dividua sunt corpora, nam atomi ultimae sunt corporum partes [2]. Neque haec doctrina infinitesimali methodo investigandae non profuit, nam (ut iterum v. d. Simon afferam verba) „es vollzog sich ein wichtiger Fortschritt dadurch, dass die Nothwendigkeit des Abschlusses einer an sich unbegrenzten Vorstellungsreihe anerkannt wurde" [3]. — Aristotelis vero sententia Democriteae plane erat contraria, cum mundum finitum, corpora vero infinite dividua esse statueret [4]. Argumenta autem, quae, ut motum negaret, protulerat Zeno, hac ratione refellere conatus est, quod simul cum spatio tempus quoque infinite dividuum esse sumebat [5].

Mathematici autem Graeci haud dubie magna ex parte Zenonis disputationibus sunt deterriti, quominus ipsam infiniti notionem ad problemata mathematica solvenda adhibere conarentur [6]. Infinitesimalis autem methodi loco iis fuit methodus illa, quae „exhaustio" vocari solet quaeque semina infinitesi-

1) Plutarch., de commun. notit. cap. 39, § 3.
2) Cf. Arist., Phys., IV, 6.
3) Simon, l.l., p. 115.
4) Ar., de Coel., I, 5 etc.
5) Opp. Arist. IV p. 48 sq. Qua in re quamquam multi philosophi Stagiritam sunt secuti, tamen ne eum quidem molestias, quas Zeno indicaverat, sustulisse exposuit v. cl. Bolland, l.l. p. 94—96.
6) Zeuthen, l.l. p. 51.



malis methodi in se habet. Quae exhauriendi methodus tota prima Elementorum libri decimi propositione nititur, quae huiuscemodi est: „Si propositis duabus magnitudinibus inaequalibus a maiore plus quam dimidium subtrahitur et a reliqua plus quam dimidium et hoc semper fit, relinquitur magnitudo, quae minor erit proposita magnitudine minore." Notissimum vero exhaustionis exemplum praebet circuli dimensionis computatio, in quo problemate circulus pro limite polygonorum circumscriptorum et inscriptorum accipitur; qua in re lineae continuae curvitatis appropinquandum est per rectas lineas, quae flexionem habent non constantem. Ceterum in ista exhaustionis methodo Graeci quodammodo iam habebant algorithmum calculi differentialis [1]) et in Archimedis de Conoidibus Sphaeroidibusque et de Lineis Spiralibus scriptis verae occurrunt integrationes. Extant enim apud eum propositiones, quas hodiernis signis ita solemus indicare:

$$\int_0^c x\,dx = \frac{1}{2}c^2 \;{}^{2)} \quad \text{vel} \quad \int_0^c x^2\,dx = \frac{1}{3}c^3 \;{}^{3)}$$

neque ei erat ignotum id, quod hodie hac exprimitur formula:

$$\int (f+\varphi)\,dx = \int f\,dx + \int \varphi\,dx.$$

Generalem vero infinitesimalem methodum indagandam Graeci reliquerunt Newtoni et Leibnizii divinis ingeniis, qui certis quibusdam adhibitis signis effecerunt, ut continuitas posset definiri; alter autem analysin suam differentialem calculum fluxionum vocavit, alter calculum differentialem.

Ex iis, quae de historia analysis infinitesimalis in medium

1) Simon, l.l. p. 116.
2) Archim. II p. 280.
3) Archim. II p. 40—42.

protulimus, patet, nisi fallor, non exiguas in ea fuisse philosophiae partes. Neque aliter mathesin principem in multorum philosophorum placitis, imprimis quod ad Graecos attinet apud Pythagoreos et Platonem obtinere locum iam supra observavimus. Hic autem locus idoneus videtur, quo paulo accuratius de intimo philosophiae et matheseos connexu agatur.

*Pythagorei* igitur, qui omnium rerum primum esse principium Numerum totamque naturam ex numeris constitui sumebant, qua ratione ad hanc doctrinam, quae hodie nobis valde videtur mirifica, perducti sint paulisper nobiscum reputemus. Notum est apud Pythagoreos mathematica studia magno fuisse in honore, et arithmeticam geometriamque non parvos eorum opera fecisse progressus. Ex geometricis autem studiis, imprimis ex celeberrimo illo theoremate cognoverant in spatio quoque magnam esse numeri vim. Huc accedebat quod in musicis, quam artem eos mathematicum in modum tractasse supra (p. 3) indicavimus, arithmeticis chordarum proportionibus harmoniam niti cognoverant. Astronomicorum autem eorum studiorum si praeterea rationem habemus, melius intellegimus quo modo eo sint perducti, ut numerum substantiam esse omnium rerum statuerent [1]) atque ita mathematica per se existere sumerent. Qua ex re lucide apparet quanta in eorum philosophia fuerit mathematices vis; nam hoc omnino tenendum est eos non metaphysicis speculationibus perductos incidisse in studia mathematica, sed contra ex hisce studiis originem traxisse placitum illud de numero [2]). Ceterum ubique in Pythagoreorum philosophia magna matheseos cernitur auctoritas. Ab arithmetica enim notionem numerorum parium et imparium mutuati

1) Cf. Zeller, Die Philosophie der Griechen, I[5], p. 320—321.
2) Cf. Win lelband, Geschichte der alten Philosophie, p. 60; cf. etiam Ar. Metaph. 985*b*, 23—26.



impar idem ac finitum, par vero ac infinitum esse sumebant; ex isto autem infinito et finito omnes res secundum Pythagoreos erant constitutae, quae duo principia inter se contraria harmoniae ope coniunguntur [1]). Ut autem spatii formas ad numerorum propositiones reduxerunt, punctum nihil aliud esse statuentes nisi unitatem positionem nactam, sic prima rerum elementa spatii formas esse putabant. Ignis enim primam formam tetraëdrum, terrae cubum, aeris octaëdrum, aquae icosaëdrum, aetheris dodecaëdrum habebant [2]). Omnes autem corporum proprietates physicas ad varias illas mathematicas figuras atque inde ad numerales proportiones referri posse arbitrabantur. Quamquam autem in eorum placitis multa insunt, quae rerum naturae investigandae haud paucos afferre potuerint fructus, cum in omnibus rebus leges mathematicas valere putarent, tamen physicae proprie dictae parum profuerunt Pythagorei, cum totum animum ad numeros symbolice, ut ita dicam, contemplandos converterint.

In *Platonis* quoque philosophia magna cernitur matheseos vis. Mathematica enim ei propter singularem constantiam et immutabilitatem aliquatenus speciebus [3]) similia esse videbantur, sed in harum numerum omnino ea referre non poterat, quoniam mathematica in imaginatione cernuntur, species vero aspici non possunt. Itaque, dum medium iis locum tribuit inter species et res, quae sensibus sunt obiectae, ea per se existere sumit. Ut vero et sensibilia et species propria quadam ratione cognoscuntur, sc. τῇ δόξῃ et τῇ ἐπιστήμῃ, ita mathematica quoque peculiari quodam modo. Quamquam enim in intellectus versatur regione mathesis, tamen ipsi scientiae non est adae-

1) Simplic. in Ar. Phys., p. 105.
2) Diels, Doxogr. Graec., p. 655.
3) Cf. Cic. Acad. Post. I, § 30: »Hanc illi ἰδέαν appellabant, iam a Platone ita nominatam; nos recte speciem possumus dicere."

quanda, quoniam eas tractat res, quae — imprimis in geometria — nondum a sensibus prorsus sunt abductae; ab opinione (δόξῃ) vero ideo differt, quod immutabilia tantum tractat, vocatur autem peculiaris ista facultas, qua mathematica cognoscuntur, διάνοια [1]). Mathematica vero quoniam medium inter res sensibus subiectas et species obtinent locum, maxime sunt idonea, quae animum a sensibus avocent adque incorpoream specierum comprehensionem traducant. Ut autem revera ita ad philosophiam praeparet mentem mathesis, omnino ei philosophica ratione est utendum, non vero ea quae vitae usui sit accommodata.

Notum autem est Platonis de specierum cognitione humana doctrinam huc redire, ut sumat res, quae sensibus percipiuntur, species in se non continere, sed iis esse similes [2]); quibus rebus aspectis animum ad specierum, quas in vita illa olim cum dis acta hauserit, revocari recordationem [3]). In qua doctrina non leves agit mathematice partes; nam ut species non in rebus sensibilibus inesse sed has iis similes esse sumeret, magna ex parte hac re est adductus, quod ipsae notiones mathematicae, quae cuiusvis hominis menti inhaerent, numquam nobis observatione praebentur [4]). Alterius autem illius doctrinae partis — recordationem dico animi — insigne mathesin dare documentum cum lepidissimo quodam Menonis loco [5]) ostendit tum alibi indicavit [6]).

Praeterea mathematica apud Platonem etiam ontologicam quandam, ut ita dicam, habent vim [7]). Ponit enim cum Pythagoreis

---

1) Cf. Plat. Civit. p. 522 sqq.
2) Plat. Civit. p. 514 sqq.; Phaed. p. 73.
3) Plat. Phaedr. p. 249 sq.
4) Cf. Windelb., l.l. p. 119 adn. 4.
5) Plat. Men. p. 82 sqq.
6) V. c. in Phaed. p. 73*a*.
7) Cf. Windelband, l.l. p. 122.



haec duo totius mundi sensibilis principia: infinitum et finitum, et hinc infinitum spatium formas accipere terminarique censet [1]). Quo facto totus mundus sensibilis ex infinito spatio et ex formis mathematicis est constitutus. Per has ipsas igitur formas mathematicas Boni species, quae αἰτία quoque vocatur, perfecit, ut ex spatio mundum, qualem nos cernimus, crearet [1]). Rerum autem elementa a mundi fabricatore ita secundum Platonem sunt composita, ut ignis prima forma sit tetraëdrum, aeris octaëdrum, aquae icosaëdrum, terrae cubus. Quarum figurarum ultimae partes individuae sunt trianguli rectanguli, ita ut cubus ex triangulis rectangulis aequicruriis sit constitutus, cetera autem tria elementa ex triangulis rectangulis, qui subtentam (hypotenusam) duplo longiorem habent latere minore [2]). Variae autem corporum proprietates physicae a Platone inde explicantur, quod trianguli rectanguli, ex quibus sint constituta, magnitudine et numero inter se differant.

Iam apparet, opinor, mathematicae quantum Plato tribuerit. Sub finem autem vitae totum eius animum ad se attraxit, ut ex Legibus perspicuum est, ubi philosophiae in locum religio et mathematice sunt substitutae. In caelum ibi tollitur haec disciplina, quae magnam vitae praebeat utilitatem, intellectum excitet, religioni quoque magnopere prosit, cum divinam nobis sapientiam imprimis siderum ordinatio monstret [3]).

Apud Platonis autem successores mathematica non minore floruit gratia. Velut *Xenocrates* mathematicam cogitationem prorsus eodem quo philosophicam habuit loco, qua re adductus est, ut speciebus numeros mathematicos adaequaret [4]). Omnes vero mathematicas figuras, quae prima rerum efficiant principia,

---

1) Plat. Phileb. p. 23 sqq.
2) Plat. Tim. p. 53 sqq.
3) Cf. Zeller, II³ p. 656.
4) Sext. Empir. VII, 147 sqq.

esse ex minimis lineis individuis exortas sumebat, cum secundum Pythagoreos punctum esset prima pars. Quod ut vitaret Xenocrates — nam series punctorum nihil aliud efficere potest nisi unum punctum — ad novam illam de individuis lineis confugit doctrinam [1]), quam auctor opusculi pseudo-Aristotelici, quod inscribitur περὶ ἀτόμων γραμμῶν, et aliter refutavit et talibus in medium prolatis observationibus: „Omnis linea in duas aequales partes dividi potest; ita autem, si linea impari linearum individuarum constat numero, insecabilis quoque linea dividetur" [2]). Vel: „Si ex tribus datis rectis triangulus componitur, ex tribus lineis individuis quoque componi poterit; in omni autem aequilatero perpendicularis in mediam basim incidit; quare et in individuam, quae sic, quamquam est individua, tamen in duas partes dividitur" [3]). Ex quibus disputationibus de prima lineae parte iterum videre possumus, quantas rationi molestias pariat continuitas.

Ad *Aristotelis* transeamus de mathematicis opiniones. Distinguit igitur Stagirita tres disciplinas speculativas, physicam, quae versatur in cognoscendis rebus sensibilibus, quae et moventur neque a materia separari possunt; mathematicam, quae est circa res immobiles, quae a materia cogitatione, non ipsa existentia distinguuntur; denique primam philosophiam, quam etiam theologiam vocat quaeque in rebus èt immobilibus èt separatis a materia et per se existentibus versatur [4]). In operibus vero, quae posteritati reliquit, physica et philosophia tantum tractantur, mathematica vero neglegitur. Qua cum re consentiunt loci Metaph. 1037 *a*, 14—16, ubi physicam disciplinam secundam nominat philosophiam, et Metaph. 1005 *a*,

1) Zeller, II³ p. 869.
2) Opp. Arist. IV, p. 50; cf. etiam Procl. 11. p. 278—279.
3) Opp. Arist. IV, p. 49.
4) Ar. Metaph. V, 1, 1026*a*.



19 sqq., ubi axiomatum mathematicorum tractationem ad philosophi munus relegat [1]). — Hac autem imprimis in re Stagirita a Platone discedit, quod negat mathematica per se existere, sed sumit experientiae ope nobis offerri, dum abstrahatur a mobilitate rerum earumque materia sensibili [2]). Mathematica enim, quamquam revera separabilia non sint, tamquam separata considerari dicit De An. 431 *b*, 15—16 [3]). Porro, dum distinguit inter materiem sensibilem et intelligibilem, hanc iterum in materiem mathematicam et intellectualem dividit. Quamquam enim mathematica a rebus sensibilibus separata non existunt, tamen ab his sunt diversa, quoniam cogitatio mathematica abstrahit ab omni mobilitate rerumque natura sensibili. Materies igitur sensibilis eorum substantia esse nequit, sed suam sibi habent materiem, quae est intelligibilis et iure vocari potest materies mathematica [4]).

Aliud quoque est, quo Stagiritae de mathematicis doctrina multum a Platonica distat. Plato enim in corporum physicorum locum mathematica corpora substituerat et omnes corporum proprietates affectionesque ad mathematicam eorum reduxerat constitutionem. Neque aliter Pythagorei atque etiam atomistae omnem diversitatem qualitativam ex quantitativa ortam esse statuerant. Quam doctrinam dum impugnat Aristoteles [5]), elementa rerum non quantitate tantum sed etiam qualitate inter se differre iisque qualitates inesse occultas, quas hodie chemicas vocamus, statuit. Multo autem post in huius Aristotelicae doctrinae locum iterum Pythagorica (sive Platonica vel atomistica) illa venit, quam Nicolaus Cusanus aliique sunt amplexi.

1) Cf. Zeller III³, p. 180.
2) Cf. Metaph. 1073*b*.
3) Cf. et. Metaph. 1076*a*—1078*b*.
4) Cf. Baeumker, Das Problem der Materie in der griechischen Philosophie, p. 291 sqq.
5) Ar. De Caelo III, cap. 1.

Qua ex re maximum cepit emolumentum praeclara illa disciplina, quam physicam vocamus mathematicam. Galilei enim et Kepler hoc commune habent cum Pythagoreis, quod in toto mundo mathematicas valere leges et verum naturae studium quantitatem tantum spectare oportere censebant. Cum vero Pythagorei in inutiles numerorum contemplationes symbolicas essent delapsi, principes illi recentioris physicae mathematicas leges ex ipsis rebus, quae in mundo cernuntur, deducere studuerunt. Eorum autem aetate in tantum venerat honorem mathematica, ut in philosophia quoque magna eius valere inciperet auctoritas; id Cartesii imprimis testantur placita, qui philosophiam nihil aliud esse volebat nisi mathematicen universalem. Cartesii autem discipuli cum magister quid sibi vellet non prorsus assequerentur [1]), eo sunt deducti, ut perfectum placitorum systema prorsus eadem ratione ac Euclidis Elementa compositum esse oportere existimarent; cuius rei insigne nobis praebent exemplum Spinozae Ethica „more geometrico demonstrata". Postea vero Kant [2]) exposuit mathematicam methodum in philosophia adhiberi omnino non posse, cum ipsa natura mathesis et philosophia mirum quantum inter se differant [3]).

Sed ad Graecos revertamur. *Scepticorum* autem quoniam Graecia non parvum tulit numerum, non est quod miremur etiam contra mathesin saepius allata esse argumenta, quibus eam evertere conarentur philosophi isti, qui de nulla non re dubitabant. Iam *Protagoram* geometras redarguere conatum esse expressis verbis dicit Ar. Metaph. 998 *a*, 1 sqq. [4]), ex quo loco apparet eum ad mathematicam impugnandam eiusmodi

---

1) Windelband, Geschichte der Philosophie, p. 312.

2) In libro, cui titulus: Ueber die Deutlichkeit der Grundsätze der natürlichen Theologie und Moral. cf. et Kritik der reinen Vernunft, B. 40 sqq.

3) Windelband, l.l. p. 306 sqq., p. 382.

4) Cf. et Plat. Protag. p. 318 E.



esse usum argumento, quod in rerum natura tales v. c. lineae, quales in geometrica cogitatione contemplemur, non inveniantur, cum sensibilium nihil sit rectum vel rotundum etc. tam absoluto sensu, quam id sibi fingant mathematici [1]).

Neque *Carneades* mathematicam esse evidentiam concessit; nam ne illud quidem axioma, quod contendit ea, quae eidem sint aequalia, etiam inter se esse aequalia, verum esse censebat hanc potissimum ob causam, quod fieri possit, ut percipiamus quandam inter duas magnitudines differentiam, cum hanc utramque a tertia quadam differre nos fugiat [2]).

Imprimis autem hic *Sexti Empirici* scripta adversus mathematicos sunt commemoranda, quae optime nos docent, qua ratione sceptici mathematicas disciplinas evertere conati sint; totus enim liber tertius adversus geometras, quartus adversus arithmeticos, quintus adversus astrologos, sextus adversus musicos scriptus est. Ex quibus apparet scepticos studuisse probare principia mathematices plane esse incerta et, etiamsi vera esse concesseris, conclusiones certa ratione inde deduci non posse [3]). Sic, quod ad geometriam attinet, Sextus punctum mathematicum vel lineam vel superficiem omnino esse non posse contendit, quoniam in rerum natura punctum habeat dimensionem, linea latitudine non sit destituta etc., et omnia, quae cadant sub intellectum, ex sensibilibus eo sint translata [4]); circulus autem quantum in se habeat absurdi vel hinc patere, quod si e centro ad omnia ambitus puncta ducantur radii et deinde eodem centro sed diverso radio describatur alius cir-

---

1) Haud dubie hanc doctrinam exposuerat in opere *περὶ μαθημάτων*, quod commemorat Diog. Laert. ed. Cobet, p. 240. Cff. Zeller $I^4$ p. 991 et Deichmann, Das Problem des Raumes in der Gr. Philos., p. 33.

2) Galen, de opt. doctr. 2, p. 45*k*.

3) Sext. Emp. III, p. 327—329.

4) Sext. III, p. 315.

culus, hic iisdem secetur lineis itaque, quoniam eundem habeat punctorum numerum, aequalis sit alteri, quod absurdum. Talibus autem argumentationibus Sexti libri sunt repleti.

*Epicurus* nullius pretii mathematica esse studia varias ob causas censebat. Primum enim mathematicam a falsis initiis proficisci itaque veram esse omnino non posse[1]; deinde si sensibus credendum non videatur, multo minus cognitioni ab intellectu nobis praebitae, quae tota ex sensibili oriatur, fidem habendam esse[2]; postremo — atque hoc gravissimum — mathematica studia nihil afferre posse ad iucundius, i. e. melius vivendum[3]. Omnino autem matheseos rudis erat Epicurus, id quod placita quoque eius nonnulla testantur; praeterea cff. Cic. de fin. I, 20 et Sext. Emp. adv. mathem. I, p. 215.

Nec non iis, qui mathematicen impugnare studuerunt, adnumerandi sunt *Cynici*. Qui prorsus eam contemnebant, quod nihil ad mores hominum corrigendos afferat[4]. Etiam *Cyrenaici* hic sunt nominandi, qui mathematicen, cum beate vivendi arti nulla ex parte prosit, nullius pretii esse existimabant[5].

Ultima vero philosophorum secta, quae apud Graecos extitit, in priorem dignitatis locum mathematicam disciplinam restituit. Non aliter enim ac Plato *Neoplatonici* maximam in mathematicis studiis philosophiae utilitatem inesse censebant; v. v. c. Plotin. Ennead. I, 3, 3. In caelum autem mathesin evehit *Iamblichus* in opere, quod inscribitur περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης, quam philosophicae, physicae, ethicae quoque politicaeque disciplinis mirum in modum prodesse censet, praesertim si Pythagorica ratione ei detur opera, symbolicis nimirum ad-

---

1) Quod quomodo sit accipiendum, vid. ap. Zeller IV³ p. 382.
2) Cf. Zeller, IV³ p. 387, adn. 1.
3) Cic. de fin. I, 72; Plutarch., non posse suav. v. 12.
4) Cf. Zeller II p. 248.
5) Ar. Met. 996*a*.



hibitis contemplationibus[1]. Quid vero de mathematices in philosophia loco senserit minime clare exposuit Iamblichus[2].

Quo munere multo melius functus est *Proclus Diadochus*, qui cum Platone mathematicis medium locum inter species et sensibilia attribuit[3], cum Stagirita vero materiem ponit mathematicam[4]. A cuius tamen opinione discedit hac in re, quod geometricas figuras abstractione ex sensibilibus in mente ortas esse persuadere sibi nequit; nam si hoc verum esset, qui fieri posset, ut perfectam haberemus lineae vel circuli notionem, cum tamen in rerum natura perfecta linea vel circulus nusquam inveniatur? Unde firma illa in mathesi fides? Neque vero Stoicos mathematicas figuras pro inanibus mentis habentes imaginibus verum statuere censet, cum mundi centrum et axis aliaque eiusmodi indicent in rerum quoque natura certum esse mathematicis locum[5]. Secundum Proclum mathematica ex intellectualibus nascuntur notionibus. Quoniam autem ipsa mens, quae conceptum v. c. circuli in se habet, hunc aspicere nequit, in phantasiam eum traducit, ut ita aspici possit; nam phantasia a corpore non est discreta et medium locum inter intellectum et sensuum perceptionem obtinet[6]. Haec autem in phantasia materia nihil aliud est nisi dimensionis categoria quaedam, quae ipsius phantasiae est propria neque originem ex rebus externis perceptis trahit. Non parvam igitur similitudinem inter Procli sententiam et Kantianam doctrinam de spatii praenotionibus nostris deprehendimus[7].

---

1) Iamblich., l.l. p. 206, 209 etc.
2) Zeller, V³ p. 701.
3) Procl. in Eucl. comm., p. 1 sqq.
4) Cf. Baeumker, l.l. p. 421 sq.
5) Procl. p. 50 sqq.
6) Procl. p. 51 sqq.
7) Baeumker, l.l. p. 421 - 428.

Sed iam finis his Prolegomenis imponendus et ad ipsum huius libelli propositum perveniendum videtur. In praecedentibus autem si huic illive visus ero non inepte ostendisse, historiae matheseos Graecae studium non mathematicis tantum, verum etiam philologis fructui esse posse, oleum atque operam me perdidisse minime censebo.

# CAPUT I.

»Der Kommentar, welchen der Neuplatoniker Proklos zum ersten Buche der euklidischen Geometrie geschrieben hat, ist ein unerschöpfliches Arsenal geschichtlich-mathematischer Forschung, mag er auch noch nicht in dem Masse kritisch gewürdigt sein, wie es Tannery verlangt, der im Studium desselben ‚le vrai problème de l'histoire des mathématiques' erblickt"

Günther, Abriss der Geschichte der Mathematik im Altertum, p. 231.

Cum tota historia mathematices Graecae digna est, cui multam operam tribuamus, tum permagni momenti ipsa huius disciplinae infantia et primi progressus nobis esse videntur. Valde ergo est dolendum, quod de studiis antiquorum illorum mathematicorum, qui ante Euclidem vixerunt, perpauca tantum indicia ad nos pervenerunt, ita ut Nesselmann [1]) de his temporibus hunc in modum sit locutus: „eine Periode, welche jetzt wohl für uns immer in ein magisches Dunkel gehüllt bleiben wird."

1) Nesselmann, Algebra der Griechen, p. 3.

Post Nesselmannum vero indefesso multorum virorum doctorum labore effectum est, ut aliquatenus certe illae tenebrae sint fugatae; quod autem fieri hoc potuit, debemus ipsi illi operi, quod supra apud Güntherium allatum invenimus, nimirum Procli Commentariis in primum Euclidis Elementorum librum. Hos enim commentarios fere unicum habemus fontem illius partis historiae geometriae, et indiciis, quae apud Proclum inveniuntur, factum est, ut viri docti nonnihil luminis antiquis illis temporibus adhibere potuerint.

Alias quoque ob causas Procli commentarii maximi nobis sunt momenti. Ut historiam philosophiae [1]) praetermittamus — nam et de aliis philosophis et de ipsius Procli placitis [2]) multa imprimis in prologis nobis traduntur — ex opere Procli discere praeterea possumus, quae post Euclidem studiorum geometricorum, praesertim quod attinet ad geometriam elementariam, fuerit ratio [3]). Ut ex Procli in Platonis aliquot opera commentariis multa innotuerunt de historia Platonem interpretandi [4]), ita eiusdem Procli commentarii in Euclidem non pauca nos docent de ratione, qua Euclidis Elementa commentati sint nonnulli geometrae [5]).

Accedit quod in his commentariis, cum Proclus verba ex

---

1) Cf. Hultsch in Rhein. Mus. 1864, p. 450: „Denn nicht bloss für die Geschichte der Mathematik, sondern auch für die alte Philosophie überhaupt ist seine Wichtigkeit nicht hoch genug anzuschlagen." Cf. etiam Majer, Proklus über die Definitionen bei Euklid. Stuttgart 1881, p. 4.

2) Cf. Knoche, Untersuchungen über des Proklus Diadochus Commentar zu Euklids Elementen, Herford 1862, p. 22.

3) Hac cum re coniuncta est quaestio, quo tempore disciplina mathematica Graeca deficere coeperit; cuius quaestionis quantum esset momentum exposuit Tannery, La Géométrie Grecque, p. 8 sqq.

4) Cf. Steinhart in Pauly's Realencykl. s. v. Proclus., p. 69.

5) Cf. Tannery l.l. p. 154. Iure Tannery observat in Euclidis Elementis numerum locorum obscuriorum non esse magnum itaque iis minus opus esse interpretatione; vulgo autem commentatores plus operae dabant, ut corrigerent Elementa et explerent quam ut interpretarentur. De Procli commentariorum consilio in cap. II agetur.



multorum scriptorum operibus afferre soleat, satis multa nobis sunt servata fragmenta ex clarorum mathematicorum scriptis deperditis; ex quibus fragmentis imaginem certe quandam illorum operum efficere possumus.

Ex his omnibus lucide apparet quantae sint utilitatis Procli commentarii iis, qui historiae geometriae Graecae operam dare cupiant. Quo magis mirum videtur usque adhuc ab omnibus paene viris doctis, qui animum huc adverterant, omissum esse primarium artis criticae munus, cum tamen multi eorum inde a Bretschneiderio alioquin veros criticos se praestiterint. Fere omnes enim neglexerunt quaerere, ex quibus fontibus Proclus petiverit illas res, quae historicis tanti sint pretii; haec enim quaestio nisi ad liquidum perducatur, omnino nescimus fundamentumne Procli scripta praebeant, cui historicos confidere oporteat, necne. Eo magis autem impellimur ut investigemus opera a Proclo in libro suo conscribendo adhibita, quod, ut iam diximus, Procli commentarii primarius sunt fons historiae geometriae ante-Euclideae; natus autem est Proclus anno 410 post Christum natum, ergo septem saeculis post Euclidis aetatem; quod spatium temporis satis longum videtur, per quod traditio de antiquis illis mathematicis potuerit corrumpi. Facile vero traditionem aliquam detorqueri posse clare apparet v. c. ex historia excerptorum ex Theophrasti opere περὶ Φυσικῶν. Videantur quae Dielsius in Prolegomenis libri sui, qui „Doxographi Graeci" inscribitur, narrat de Galeno et Achille. Cf. etiam Tannery, Pour la Science Hellène, p. 21: „Les autres (sc. abrégés) ont été successivement écrits d'après des abrégés antérieurs, et la tradition s'est peu à peu corrompue jusqu'à perdre toute valeur." — Idem nos docet locus quidam apud Simplicium in Arist. Phys. (ed. Diels p. 54—69), quo loco loquitur Simplicius de lunularum quadratura inventa ab Hippocrate Chio, duos de hac re adhibens fontes, alterum Alexan-

drum Aphrodisiensem, alterum Eudemum; multis vero in rebus illi duo fontes non consentiunt. Iure Simplicius observat p. 68: τὰ μὲν οὖν περὶ τοῦ Χίου Ἱπποκράτους μᾶλλον ἐπιτρεπτέον Εὐδήμῳ γιγνώσκειν ἐγγυτέρῳ τοῖς χρόνοις ὄντι καὶ Ἀριστοτέλους ἀκροατῇ. Hic Eudemus, notissimus Peripateticus, de geometria optime meritus est conscribenda artis geometricae historia; quod opus ad nos iniuria temporum non pervenisse aegerrime ferimus, quod ita praestantissimo historiae geometriae ante-Euclideae fonte sumus destituti. Facile autem intellegitur multo maioris nobis esse pretii Procli commentarios, si in hoc opere conficiendo etiam Eudemi historia geometriae est usus. Eudemus enim non multum aetate ab antiquis illis geometris distabat; multa autem eorum opera haud dubie ei erant ad manum, quae opera libris Euclidis, Archimedis, Apollonii in lucem editis iam nemini poterant esse utilia, quapropter verisimillimum est ea mox evanuisse.

Unus tantum vir doctus, quantum mihi notum est, observavit quam maxime esse necessarium inquirere in fontes a Proclo adhibitos [1]); est ille vir doctus P. Tannery, qui in libro suo, qui inscribitur „La Géométrie Grecque", breviter hanc de fontibus Procli quaestionem attigit quidem [2]), non tamen absolvit, ut ipse testatur l.l. p. 28 (à titre provisoire); nihilo autem secius quae statuit certissima ei videntur. Tota vero eius disputatio nititur coniectura, quae et aliis placere non potuit et mihi non tantum audacissima sed etiam omnino a veritate abhorrere visa est. Cf. Cantor in Zeitschrift für Mathem. und Phys. XXXIII, Hist.-Litt. Abtheil. p. 27 sqq., et Heiberg

1) Tannery, La Géométrie Grecque, p. 17: „Que ce travail soit d'ailleurs indispensable et doive précéder tout essai d'une histoire véritable et réelle de la Géométrie, il est à peine utile de le faire remarquer.

2) La Géométrie Grecque, chap. I.



in Philol. XLIII p. 345 [1]). Itaque, quamquam libenter concedo Tannerium de nonnullis locis apud Proclum acute disputasse, tamen tota haec de Procli fontibus quaestio denuo tractanda videtur. Mihi ergo in hoc libello propositum est accurate investigare, qui fontes a Proclo sint adhibiti. Uti autem etiam operum illorum deperditorum, quibus Proclus est usus, nobis imaginem fingere possimus, omnia eorum fragmenta, quae in Procli opere disiecta latent, in lucem protrahere nos oportet; ergo non tantum de fontibus in universum nobis erit agendum, sed etiam singuli loci, ubi Proclus fontem aliquem adhibet, tractandi videntur.

Antequam ad Procli opus excutiendum nos convertamus, paulisper de ipso auctore disserendum est. Vulgo et de toto Hellenismo et imprimis de ultima eius aetate sententia a viris doctis fertur minus honorifica, neque id iniuria; tamen concedendum est illa quoque aetate viros excellentes atque reverentia dignos floruisse. Talis erat Iamblichus, talis Porphyrius, talis etiam Proclus est aestimandus. De cuius philosophia pauca quaedam observata sunt in Prolegomenis, neque hic locus idoneus videtur, quo multo plura hac de re dicantur. Sufficit satis multa in eius placitis inesse, quae ipsius ingenio debentur; caret tamen in philosophando animi ingeniique libertate. Quicquid Plotinus et Iamblichus tradiderunt, verum est: Platonis opera ei sunt pro libris divinis [2]); omnem cogitandi vim —

1) Meam de Tannerii coniectura opinionem in cap. III exponam.

2) Etiam ex commentariis in Euclidem apparet Proclum ubique in verba Platonis iurare; v. c. p. 29, 14 sqq. ἴσως δ' ἄν τινες ἐκ τῆς ἡμετέρας ἑστίας ὁρμώμενοι καὶ τὸν Πλάτωνα προιστάμενοι μάρτυρα τῶν λόγων κ.τ.λ. Cf. etiam p. 57, 1 sqq., ubi, postquam novam de quadam re sententiam protulit, ad hanc sententiam corroborandam haec addit: συμφωνότερα δὲ εἶναι ταῦτα ταῖς γεωμετρικαῖς ἐφόδοις νομίζοντες καὶ τῷ Πλάτωνι διανοητὰ καλοῦντι τὰ ὑποκείμενα τῇ γεωμετρίᾳ.

quae in eo erat haud exigua — adhibet ad praecepta tradita inter se coniungenda, explenda; quae sibi contraria sunt ita conciliare conatur, ut omnia inter se apte cohaerere videantur; in paucis est religiosus [1]); omnibus rebus autem, quibus fidem habet, suum locum ut in philosophia tribuat, studet. Itaque minime inepte a Windelbandio in libro, cui titulus est „Geschichte der alten Philosophie", vocatur „Hellenismi Scholasticus" (p. 226).

Hegelium autem Procli fuisse admiratorem, non est quod miremur, quoniam satis magna similitudo inter duos hos philosophos intercedit [2]). Hunc igitur in modum loquitur Hegel de nostro: „er war ein tiefer, spekulativer Mann und besass den grössten Umfang von Kenntnissen .... In der That sehen wir mehr Unterscheidung und Klarheit bei Proklus als in der Plotinischen Trübheit." (Ww. XV p. 72). Neque mirum est Hegelii adversarium, Schopenhauerium dico, prorsus oppositum de Proclo iudicium tulisse: „Proklus .... ist ein seichter, breiter, fader Schwätzer" (Parerga und Paralip. p. 61). „Wer ein recht grelles Beispiel eines solchen verkehrten Ausgehens von blossen Begriffen haben will, betrachte die Institutio theologica des Proklos" (Die Welt als Wille und Vorstellung, II p. 90). Iustiorem atque moderatiorem censorem se praestitit Ed. Zeller, Geschichte der Griech. Philosophie, p. 824—826, qui iure quidem in Procli philosophia vituperat, quod longius a rerum natura digrediatur [3]), sed tamen eius merita suo pretio aestimare non neglexit.

1) Aristoteles ab eo vituperatur propter causas theologicas neglectas. Cf. Zeller, Geschichte der Griech. Phil. $V^3$ p. 809.
2) Cff. Windelband, Geschichte der alten Philos. p. 227. Windelband, Geschichte der Philos., p. 481. Bolland in Tweemaandelijksch Tijdschrift 1898, p. 269—270.
3) Apud Proclum sane alter Velleius invenire potuerat multa „portenta et miracula non disserentis philosophi sed somniantis" (Cic. de nat. deor. I, c. 8, § 18).



Erat profecto Proclus peculiari ingenio praeditus; nam acutissimus erat dialecticus; eruditione, quae illa aetate plurimi ducebatur, omnibus aequalibus praestabat [1]); etiam in mathematica disciplina satis erat versatus: — at idem vir nihil incredibile ducebat, nullis non mythis fidem habebat, multis initiatus erat mysteriis, plurimorum numinum cum Graecorum tum Orientalium cultor erat frequens et superstitiosus.

De vita Procli scripsit discipulus eius Marinus. Ex cuius libello apparet aequales Proclum supra modum esse veneratos; itaque illa Marini commentatione caute et considerate uti nos oportet.

Alexandriae igitur litterarum initiis Proclus est imbutus, qua in urbe Olympiodorus Aristotelis opera ei explicabat, Hero [2]) artem mathematicam eum docebat. Insignis autem erat discipulus et alias ob causas et propter acerrimam memoriam, qua per totam vitam viguit [3]). Postea Athenas profectus a Plutarcho, praesertim autem a Syriano philosophia Neo-Platonica est imbutus, quae totum eius animum ad se attraxit cuiusque postea exstitit antistes πολλῶν ἀντάξιος ἄλλων [4]). De magistris autem suis ubique magna cum reverentia loquitur.

Syriano mortuo Proclus scholae Neo-Platonicae praefectus est [5]). Per totam autem vitam veri philosophi nomine eum

1) „Der Gelehrte, dem kein Feld damaligen Wissens verschlossen ist." Zeller l.l. — Poeta quoque erat Proclus, secundum Ludwichium autem „ein gelehrter und geschickter Dichter."
2) De illo Herone cf. Martin, Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie, p. 240—242.
3) Totum Aristotelis Organon memoria tenebat; vid. Marin. vit. Procli c. IX. Cf. etiam Marin. l.l. c. V. μόνος οὗτος οὐδὲν τοῦ πώματος τῆς λήθης ἐδόκει πεπωκέναι.
4) Vid. Knoche, Untersuchungen über des Proklus Diadochus Commentar zu Euklids Elementen, p. 21: „Proklus ist jedenfalls eins der hervorragendsten Talente unter den Neuplatonikern."
5) Iure admonuit Cousin in Praefat. edit. Procl. p. XX–XXI Diadochi cognomen non indicare Proclum fuisse Syriani successorem sed Platonis. Ad quam Cousinii opinionem stabiliendam afferre velim locum ex Marino,

dignum se praestitisse, morum severitate eminuisse, ferreae fuisse industriae, ait Marinus, idemque testatur veneratio aequalium, testatur magnus numerus operum ab eo compositorum. Inter quae multi extant commentarii, imprimis in Platonis dialogos; quorum commentariorum laudes praedicat v. d. Steinhart in „Pauly's Real-Encycl." s. v. Procl. p. 68: „Sie haben einen unvergänglichen Werth durch ihre musterhafte Klarheit und richtigem Blicke.... Dabei wird jeder Dialog in seinem organischen Zusammenhange mit der gesammten platonischen Philosophie aufgefasst, auch werden die Ausbildungen oder Umgestaltungen der Lehre Platons durch Aristoteles oft kurz und treffend angegeben." Sed etiam habet Steinhart, quae vituperet (l.l. p. 69): „Da er aber.... seinen Platon oft nur gleichsam als Predigttext seinen eigenen Erörterungen unterlegt, unbekümmert um den Wortsinn des Textes, so begegnet es ihm natürlich sehr oft, dass er in seinem Texte Beziehungen und Sätze findet, die demselben völlig fremd sind, und dabei in die abenteuerlichsten Phantasien und Spielereien verfällt e. q. s." Videbimus hac in re eum etiam in commentariis in Euclidem plus semel peccasse[1]). — Steinhart l.l. p. 68 de stilo Procli

---

qui cap. X haec dicit: *ἵνα γὰρ ἀνόθευτος ἔτι καὶ εἰλικρινὴς σώζηται ἡ Πλάτωνος διαδοχή*, *ἄγουσιν αὐτὸν* (sc. Proclum) *οἱ θεοὶ πρὸς τὴν τῆς φιλοσοφίας ἔφορον* (sc. Athenas).

1) V. c. p. 161—162, ubi Euclidi nonnulla tribuit, quae numquam in eius mentem venire potuerunt. Secundum v. d. Knoche (Untersuchungen etc., p. 21) et Heiberg (Litterar-geschichtliche Studien über Euklid, p. 27) Procli est commentum Euclidem philosophum Platonicum fuisse atque hanc ob causam eum in Elementis constructionem quinque corporum *κοσμικῶν* (ut vulgo nominantur) ante oculos habuisse. V. p. 68, 20 sqq. *καὶ τῇ προαιρέσει δὲ Πλατωνικός ἐστι καὶ τῇ φιλοσοφίᾳ ταύτῃ οἰκεῖος, ὅθεν δὴ καὶ τῆς συμπάσης στοιχειώσεως τέλος προυστήσατο τὴν τῶν καλουμένων Πλατωνικῶν σχημάτων σύστασιν.* Hac autem in re patrocinium Procli mihi suscipere velim. Nam ex p. 71, 2 sqq. *διὸ καὶ τῶν καθ' ἕκαστα βιβλίων τοὺς σκοποὺς τινες ἐπὶ τὸν κόσμον ἀναφέρειν ἠξίωσαν καὶ τὴν χρείαν αὐτῶν, ἣν παρέχεται πρὸς τὴν τοῦ παντὸς θεωρίαν ἀνέγραψαν*, manifestum est etiam apud alios viros ante Proclum opinionem viguisse, constructionem illorum quinque corporum Euclidis Elementorum



haec observat: „Die Sprache des Proklus, obgleich nicht frei von den Spuren einer fast improvisirenden Schnellschreiberei, ist reiner, klarer und mehr nach classischen Mustern gebildet als die der meisten Schriftsteller seiner Zeit und seiner Schule; doch artet seine Deutlichkeit oft in lästige, bis zum Uebermass sich wiederholende Breite und Geschwätzigkeit aus." In nostro quoque opere Proclus saepe *μακρηγορεῖ*; aliquatenus tamen excusari potest, quod hos in Euclidem commentarios, ut in cap. II demonstrabimus, in usum discipulorum suorum composuit.

Nostra vero plus interest, qualis mathematicus fuerit Proclus. Iam in Prolegomenis vidimus eum plane eodem modo, quo Platonem, rebus mathematicis medium locum inter sensibilia et intelligibilia attribuere atque hanc ob causam putare eas *τῇ διανοίᾳ* cognosci; cum Aristotele autem Proclum ponere materiam mathematicam, hac tamen in re a Stagirita discedentem, quod sumat ortum ducere mathematica a speciebus in mente positis, mentem autem ea in *φαντασίαν* producere, ut aspici possint.

Quamquam ergo mathesis secundum Proclum ad unam summam scientiam referri nequit (comm. in Eucl. p. 31, 19 sqq.), tamen philosophiae magnopere prodest; animi enim est ad bene cogitandum praeparatio non parvi aestimanda, *ποδηγεῖ εἰς τὴν νοερὰν γνῶσιν* (l.l. p. 28, 4). Proclus in libro „de Providentia"[1]) c. XII hunc in modum de arithmeticis et de geometria loquitur: „....a sensibus quidem ipsam (sc. animam) elongant, purgant autem intellectum a circumfusis speciebus vitae irrationabilibus, traducunt autem ad incorpoream specierum comprehensionem velut sacrorum sanctissimorum anterius circumlustrationes futuris mysticis praetendentes."

---

propositum fuisse; qua ex re sequitur eos Platonicorum in numero Euclidem habuisse.

1) Quod opus Latine tantum versum ad nos pervenit.

Notum est Neo-Platonicis ἅπλωσιν, Unius contemplationem, summam esse beatitudinem; ad quam animi elationem consequendam multum prodesse putabant studium disciplinarum, imprimis philosophiae. Plurimi ergo Proclum illam quoque ob causam facere mathematicen, quae πρὸς φιλοσοφίαν τὴν πρωτίστην παρέχεται συντέλειαν (Pr. comm. in Eucl. p. 21, 25–26)[1]), non est quod miremur. Magno animi ardore hoc significat l.l. p. 46—47, ubi haec extant: καὶ τὸ ἔργον ἄρα τῆς ἐπιστήμης ταύτης (mathematices sc.) ὁποῖον δή τί ἐστιν ἐκ τοῦ ὀνόματος δηλοῦται κινητικὸν τῆς ἐμφύτου γνώσεως καὶ ἐγερτικὸν τῆς νοήσεως καὶ καθαρτικὸν τῆς διανοίας καὶ ἐκφαντορικὸν τῶν κατ' οὐσίαν ἡμῖν ὑπαρχόντων εἰδῶν, λήθης τε καὶ ἀγνοίας ἀφαιρετικόν, ὧν ἀπὸ τῆς γενέσεως ἔσχομεν, καὶ ἀπολυτικὸν τῶν ἐκ τῆς ἀλογίας δεσμῶν, κατὰ τὸν θεὸν ὄντως τὸν τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἔφορον, ὃς προάγει μὲν εἰς τὸ ἐμφανὲς τὰ νοερὰ δῶρα, πληροῖ δὲ πάντα τῶν θείων λόγων, κινεῖ δὲ τὰς ψυχὰς ἐπὶ νοῦν, καὶ ὥσπερ ἐκ κάρου βαθέος ἀνεγείρει, διὰ ζητήσεως δὲ ἐπιστρέφει πρὸς ἑαυτάς, καὶ διὰ μαιείας τελειοῖ, καὶ δι' εὑρέσεως τοῦ καθαροῦ νοῦ περιάγει πρὸς τὴν μακαρίαν ζωήν.

Etiam propriam quandam voluptatem nostrum ex mathematica percepisse suspicor, quod saepius occasionem ei praebebat formulae ternariae[2]), inventionis suae, adhibendae; v. c. comm. in Eucl. p. 153; 148—150; 186—187, etc.

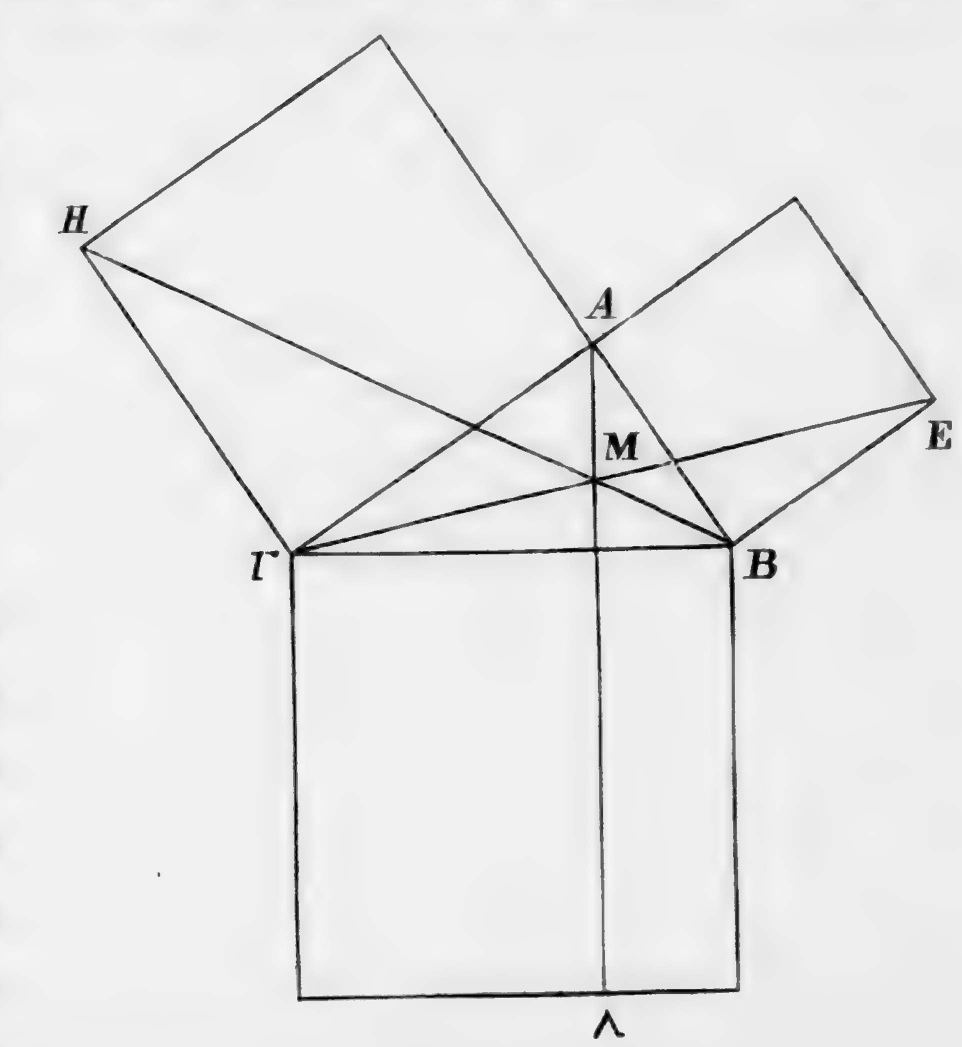
Magni ergo aestimabat mathematicen Proclus. Sed aliud est illam disciplinam philosophiae utilem esse putare, — ita enim mathematice ancilla fit philosophiae — aliud eam ipsius causa amare atque colere. Verum autem mathematicum Proclum fuisse non credo. Magna sane loquitur p. 27, 27 sqq.: „καὶ τοίνυν καὶ τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην αὐτὴν δι' αὐτὴν αἱρετὴν καὶ

1) L.l. p 20–25 demonstrare conatur mathematicum studium non solum philosophiae, sed etiam theologiae, physiologiae, scientiae reipublicae regendae, ethicae esse emolumento. Quasi vero nondum sufficiat, etiam oratori (p. 247, 22—248, 3) geometriae commendat studium.

2) μονή, πρόοδος, ἐπιστροφή.



τὴν ἐξ αὐτῆς θεωρίαν εἶναι θετέον, ἀλλ' οὐ διὰ τὰς ἀνθρωπίνας χρείας. Sed etiam haec sunt verba philosophi, qui scientiam lucri vel utilitatis communis causa coli non patiatur. Quae vero addit, corroborant meam sententiam: εἰ δὲ χρὴ πρὸς ἄλλο τι τὸ ἐξ αὐτῆς ὄφελος ἀναφέρειν, πρὸς τὴν νοερὰν γνῶσιν τὴν ὠφέλειαν τὴν ἀπ' αὐτῆς ἀνενεκτέον. Ex totis autem in Euclidem commentariis apparet Proclum philosophicum in modum mathematicae operam dare. Quaestiones generales ei sunt gravissimae, cf. p. 84, 13 sqq.: ὅσα δὲ πραγματειωδεστέραν ἔχει θεωρίαν καὶ συντελεῖ πρὸς τὴν ὅλην φιλοσοφίαν, τούτων προηγουμένην ποιησόμεθα τὴν ὑπόμνησιν[1]); contra singulas demonstrationes, quae alio modo idem probant aut alium eiusdem propositionis casum spectant aut nova quaedam in lucem proferunt, non magni facit; tradit sane complures eiusmodi demonstrationes, sed plerumque discipulorum in usum, γυμνασίας ἕνεκα. Nullius pretii[2]) ei videtur v. c. additamentum Heronis ad quadragesimam septimam Euclidis propositionem, ubi Hero, ut nobis ex Arabicis commentariis[3]) innotuit, satis




1) Cf. etiam p. 200; p. 432.

2) Vid. p. 429, 12 sqq.

3) Vid. Cod. Leidens. 399, 1. ed. Besthorn et Heiberg p. 174—185.

eleganter demonstrat tres lineas Α Λ, Β Η, Γ Ε in eodem puncto Μ inter se secare.

Proclus in commentariis in Platonis Timaeum p. 671—672 talia dixit, qualia vero mathematico numquam in mentem venire potuerunt; agit isto loco de quaestione, num medium locum inter planetas sol obtineat; Hipparchi Ptolemaeique autem hac de re opinionem repudiat, nam aliter sentit *ὁ θεουργός* („wohl der Chaldäer," Zeller), *ᾧ μὴ θέμις ἀπιστεῖν*. Non illepide observat v. d. Martin [1]): „Pour Proclus, les Eléments d'Euclide ont l'heureuse chance de n'être contredits ni par les Oracles chaldaïques, ni par les spéculations des pythagoriciens anciens et nouveaux," e. q. s.

Quamquam ergo in verorum mathematicorum numerum, qui mathematicae ipsius ob causam studeant, non referendus est Proclus, tamen in arte mathematica satis videtur fuisse versatus. Iam diximus Heronem Alexandriae eum mathematicen docuisse; ipse autem Athenis discipulis suis hanc disciplinam tradebat, atque id non sine fructu; duo enim eius discipuli, Asclepiodotus et Ammonius [2]), clari mathematici sunt facti. Etiam alia Procli opera ad astronomiam pertinentia [3]) declarant eum non primis tantum labris gustasse mathematicen. Tamen non putandus est in hac disciplina multa nova invenisse. Ut in capite X accuratius exponemus, perpauca tantum nova ad mathematicen quidem pertinentia in commentariis in Euclidem insunt, quae ipsius Procli debeantur inventionis felicitati. „Eine

1) Bulletino Boncomp. 1874, p. 147.

2) Isti Ammonio Eutocius commentarios suos in Archimedis libros de Sphaera et Cylindro dedicavit. Cf. Heiberg, Philologische Studien zu Griech. Mathematikern, I (Supplementb. der Jahrbücher für classische Philologie, XI, p. 358).

3) Haec sunt: *Ὑποτύπωσις τῶν ἀστρονομικῶν ὑποθέσεων*, et *Παράφρασις εἰς τὴν τοῦ Πτολεμαίου τετράβιβλον*. Martin (Bullet. Boncomp. 1874, p. 146) eum nominat »interprète habile de l'astronomie et de l'astrologie de Claude Ptolemée."



Compilation im besseren Sinne" Procli opus a v. d. Knoche [1]) vocatur, quocum facere velim, urgens illud „im besseren Sinne." Nam Proclum nihil fuisse nisi librarium aliena exscribentem [2]) nego. Compilavit quidem, sed apte et prudenter compilavit; sua ratione Elementa interpretatus est, multis in rebus a prioribus commentatoribus discedens [3]).

Hactenus de Proclo mathematico. Alia quoque nonnulla commemoranda videntur. Diligenter Proclus solet in suis operibus indicare scriptores a se adhibitos et accusari omnino non potest, quod aliorum inventa tamquam sua iactet. Qua de re fusius disputabitur in capite IV. Hoc loco sufficiat observasse illam Procli proprietatem, raram illis temporibus [4]), viro docto H. Koch argumentum praebere, cur sumat Proclum fuisse Pseudo-Dionysii fontem [5]).

1) Untersuchungen etc., 1862, p. 11.

2) A Tannerio vocatur »copiste infatigable" (La Geom. Gr. p. 14). Cf. ibid. p. 175 »Proclus n'est nullement original". Hoc loco observandum videtur vulgo ad Proclum referri »Sphaeram", qui libellus epitome est ad verbum descripta ex Gemini opere *Εἰσαγωγῇ εἰς τὰ Φαινόμενα*. Sed iam v. d. Schmidt (Philol. XLV, p. 319) hoc opusculum a nostro abiudicavit et alia observans et haec: »Jedenfalls bürgt die mechanische, ja thörichte Art, mit der die Arbeit verfertigt ist, für die richtigkeit unserer Voraussetzung, dass nicht Proklus selbst ihr Urheber ist." Eadem est Tannerii opinio (La Géom. Gr., p. 188). Certo autem argumento adhibito Manitius in praefat. ed. Gemini Isag. p. XXIV demonstravit Sphaeram illam nullo modo ad Proclum referri posse, cum Sphaerae codex easdem habeat lacunas quas Gemini opus, octavo autem saeculo Gemini codices lacunis illis non laboraverint; ergo ante octavum saeculum Sphaera non est scripta. Itaque longe reiciatur opinio eorum, qui opusculum illud auctoris stolidissimi a Proclo compositum esse perhibuerunt.

3) Cf. cap. X.

4) Ridiculum in modum laude Proclum afficit homo quidam ignotus, qui in margine codicis Monacensis ad p. 352, 13 sqq., ubi Proclus indicat, quae antea dixerit, petita esse ex Porphyrio, haec adnotavit: *θαυμάσειεν ἄν τις τὸν φιλόσοφον Πρόκλον τῆς εὐγνωμοσύνης, οὐ γὰρ ὡς οἰκεῖα ἀλλ' ὡς περὶ* (?) *Πορφύριον διδαχθεὶς διωμολόγει τὰ λεχθέντα.*

5) »Proklus als Quelle des Pseudo-Dionysius Areopagita" scr. H. Koch (Philol. LIV); l.l. p. 453 haec dicit: »Schon an und für sich ist es wahrscheinlicher, dass Dionysius den Proklus als Vorlage hatte, denn umgekehrt. Dionysius ist ein Fälscher, der seine Person unter einem Pseudepigraphon verbirgt und der folglich auch, um die Fiktion nicht zu stören und sich

De Procli magna doctrina iam egimus. Expectare autem possumus virum tam eruditum ad commentarios suos scribendos multorum scriptorum opera adhibuisse.

Ut unum sub aspectum subiciamus quae de Proclo in hoc capite disseruimus: Magni faciebat Proclus mathematicen, sed non tam ipsius ob causam, quam quod singularem in modum prodesset philosophiae studio. Vir erat et alias eruditissimus et in arte mathematica satis versatus; sed cum verus non esset mathematicus, multa nova ab eo inventa non sunt expectanda; non tamen stupidi librarii munere est functus. Propter insignem autem eius doctrinam verisimile est multis eum libris usum esse in opere suo scribendo. Denique non is erat, qui aliena inventa tamquam sua prae se ferret.

---

nicht zu verrathen. seine Quellen in tiefes Dunkel hüllen muss.... Proklus aber ist offen und ehrlich und citiert seine Quellen."

## CAPUT II.

---

τίς πόθεν ἐσσί;

Iam ad ipsos commentarios pervenimus. Antequam autem de Procli fontibus agere incipiamus, paulisper aliae nonnullae quaestiones a viris doctis in medium prolatae tractandae videntur, nimirum num in ceteros quoque Euclidis Elementorum libros Proclus commentarios scripserit [1]). Qua re concessa etiam quaeritur, utrum eodem modo quo commentarii in primum librum compositi et eiusdem fere ambitus fuerint ceteri illi commentarii, an breviores et magis conciso stilo conscripti.

De quibus rebus ut melius disserere possimus, primum investigandum videtur, quo consilio Proclus commentarios suos in primum Elementorum librum scripserit; cuius inquisitionis summa etiam valet ad aequius de istis commentariis iudicium ferendum (v. cap. X). In Neo-Platonicorum igitur schola iuniores discipuli artem mathematicam discere solebant [2]); etiam Proclus hanc disciplinam docebat, qua ex re orti sunt commentarii nostri. In iis enim Proclum ut magistrum apud discipulos verba facere multis ex locis apparet, v. c. p. 210,

---

1) In primum enim tantum Euclidis librum commentarii ad nos pervenerunt.
2) Cf. Bernhardy, Griech. Litter., $I^3$, p. 656.

18 sqq. ἡμεῖς μὲν οὖν ἐφ' ἑνὸς τοῦ πρώτου προβλήματος ἐγυμνάσαμεν πάντα ταῦτα καὶ σαφῆ πεποιήκαμεν. δεῖ δὲ τοὺς ἀκούοντας καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ταῦτα ζητεῖν. p. 384, 2 sqq. ταῦτα δὲ οὐ παρέργως ἐπισημαίνομαι, ἀλλὰ ὡς προπαρασκευάζοντα ἡμᾶς πρὸς τὴν τοῦ Τιμαίου διδασκαλίαν. Etiam apertum est illos discipulos nondum esse mathematicis initiatos, sed primis demum initiis eos imbui. V. p. 272, 12 sqq. ὧν (Archimedis aliorumque) τὰς ἐπινοίας δυσθεωρήτους οὔσας τοῖς εἰσαγομένοις παραλείπομεν ἐν τῷ παρόντι. V. etiam p. 354, 16 sqq. ἀναφανήσεται γὰρ ἐκ τῆς τῶν παραλληλογράμμων τομῆς ἡ τῶν τραπεζίων γέννησις, ὡς ἔσται προϊοῦσιν ἡμῖν γνώριμον. Etiam tota commentandi ratio nos docet Procli discipulos mathematices fuisse imperitos. Nam res quam maxime elementariae multis verbis explicantur; v. c. p. 238, 12 sqq. ἔτι τοίνυν ἐκεῖνο προληπτέον, ὅτι ὑποτείνειν λέγονται γωνίας αἱ πλευραὶ αἱ κατ' ἀντικρὺ κείμεναι; qui vero tali explicatione egent, nondum multum profecto in mathematica profecerunt; p. 298, 14 sqq. fuse de discrepantia inter angulos ad verticem positos et angulos deinceps positos disputat, etc. Passim autem discipulos adhortatur, ut γυμνασίας ἕνεκα compluribus eiusdem propositionis casibus operam dent [1]); ergo eiusmodi exercitationes iis, utpote in geometria nondum versatis, necessarias censebat.

Itaque discipulis suis geometriae nondum peritis commentarios suos destinavit. Quos ex scholis a Proclo coram discipulis habitis fluxisse suspicor. Cuius rei indicio nonnulli sunt loci, ubi Proclus non lectores sed auditores alloqui videtur [2]). Vid. v. c. p. 10, 15 sq. καὶ μέχρι τοῦδε ἐν ἡμῖν ἡ περὶ αὐτῆς

---

1) V. c. p. 224, 13 sqq. ὁ μὲν οὖν γεωμέτρης ἔλαβεν τὸ σημεῖον ἔξω κείμενον καὶ ἐκ πλαγίου, γυμνασίας δὲ ἕνεκα πάσας ληπτέον τὰς θέσεις, ὧν ἡμεῖς ἐκθησόμεθα τὴν δυσκολωτέραν.

2) Compluribus locis Proclus τοὺς ἀκούοντας compellat, qui tamen loci omitti debent, cum scriptores hisce verbis etiam lectores significare soleant.



ἀφωρίσθω διδασκαλία. Etiam huc facere videtur locus p. 29, 14 sqq. ἴσως δ' ἄν τινες ἐκ τῆς ἡμετέρας ἑστίας ὁρμώμενοι .... ἐπιχειρήσειαν εἰς ὑπεροψίαν ἄγειν τοὺς ἐπιπολαιοτέρους τῆς τῶν μαθημάτων ἀκροάσεως, etc. Quae ergo in scholis tractavit, postea ei colligenda et edenda visa sunt; multa tunc mutavit, multa intacta reliquit. Quod si haec recte videntur disputata, bene explicari possunt nonnulla in commentariis contraria. Cum enim iam viderimus Proclo rem esse cum auditoribus, tamen paucis locis de auditorio ne cogitari quidem potest, v. c. p. 84, 9 προαγορεύομεν τοῖς ἐντευξομένοις; v. et p. 290, 15. Nimirum hi loci tunc demum additi sunt, cum editionem commentariorum pararet. Iam diximus Proclum opus suum discipulis nondum in arte mathematica initiatis destinasse; tamen aliquot extant loci, qui ab eiusmodi discipulis intelligi non potuerunt; v. c. p. 104—106, ubi de lineis spiralibus loquitur; p. 113, ubi de aliis quoque lineis curvis agitur; etc. Verisimile est eum in lectionibus suis multo fusius has res tractasse et iunioribus explicasse; in editione vero astricte eas commemorat, praesertim in usum provectiorum mathematica indole praeditorum. Nam hos quoque nonnihil studii in commentarios collaturos expectat, quod clare apparet ex locis nonnullis, quibus eos compellat. V. p. 432, 12 sqq. .... τοὺς φιλοθεάμονας τῆς θεωρίας ταύτης ἀξιοῦμεν .... καὶ τῶν ἑξῆς ποιήσασθαι βιβλίων τὴν ἐξήγησιν; p. 29, 14 sqq. etc.

Ut autem in cap. I vidimus, magnam utilitatem philosophiae affert mathematicum studium secundum Proclum. Hoc ergo consilio scripsit suos commentarios, ut discipulos duce Euclide mathematicis imbueret. Talibus vero commentariis iis opus esse hanc ob causam putabat, quod priores commentatores ei munere suo non bene functi esse videbantur. V. p. 432, 15 sqq. .... ὡς τά γε φερόμενα νῦν ὑπομνήματα πολλὴν καὶ παντοδαπὴν ἔχει τὴν σύγχυσιν αἰτίας ἀπόδοσιν οὐδεμίαν συνεισφέροντα οὐδὲ κρίσιν

διαλεκτικὴν οὐδὲ θεωρίαν φιλόσοφον. Cf. etiam p. 84, 9 sqq. .... μὴ ταῦτα παρ' ἡμῶν ἀπαιτεῖν ὅσα διατεθρύληται τοῖς πρὸ ἡμῶν λημμάτια καὶ πτώσεις καὶ εἴ τι τοιοῦτο. τούτων μὲν γὰρ διακορεῖς ἐσμὲν καὶ σπανίως αὐτῶν ἐφαψόμεθα. ὅσα δὲ πραγματειωδεστέραν ἔχει θεωρίαν καὶ συντελεῖ πρὸς τὴν ὅλην φιλοσοφίαν, τούτων προηγουμένην ποιησόμεθα τὴν ὑπόμνησιν κτλ. Quibus ex locis manifestum est priores illos commentarios Proclo multis rebus non placere. Primum enim multo magis singulas res quam generales spectabant; deinde multarum propositionum causam non exponebant; postremum, atque hoc gravissimum, θεωρίαν φιλόσοφον negligebant. Eiusmodi autem commentarii quoniam discipulis philosophi non erant idonei, aegre novum aliquod opus desiderabatur. Quod munus Proclus suscepit, qui in priore operis parte omne paene studium in philosophia ponit, in altera ipsius geometriae habet rationem. Qua in parte hunc in modum agere solet: primum Euclidis demonstrationes minime difficiles discipulis explicat; deinde nonnullos eiusdem propositionis casus exponit, exercitationis magis ob causam, quam quod illi casus magni ei videantur momenti [1]); tertium operam dat, ut refellat, quae contra singulas propositiones ab adversariis prolata sint. Quod ultimum ei necessarium videtur propter peculiarem quandam illorum temporum inclinationem, de qua cf. p. 375, 8 sqq. τούτοις ἀναγκαίως ἐπεσημηνάμεθα διὰ τὰς σοφιστικὰς ἐνοχλήσεις καὶ νεαροπρεπεῖς τῶν ἀκουόντων ἕξεις. χαίρουσι γὰρ οἱ πολλοὶ τοῖς τοιούτοις παραλογισμοῖς προστυγχάνοντες καὶ τοῖς ἐπιστήμοσιν ὄχλον περιττὸν ἐπεισάγοντες.

Knoche (Untersuchungen etc., 1862, p. 14 et 20) contendit Proclo mathematica eatenus tantum fuisse cordi, quatenus ei praeberent facultatem annectendarum philosophicarum disputationum: „Als er für seine philosophischen Deduktionen die

---

1) Vid. p. 84. 200.



Grundbegriffe der Mathematik in so weit verbraucht hatte, als sich für seine Zwecke Betrachtungen daran knüpfen und sein theologisches System darauf begründen liessen, verliert für ihm diese Disciplin als wissenschaftliches Ganze die fernere Bedeutung." Quod mihi omnino non verum videtur. Totam enim artem mathematicam, etiam ubi nullam philosophandi occasionem praebet, plurimi aestimat, quippe quae philosophiae tantam afferat utilitatem, cum ingenia iuvenum ad bene cogitandum praeparet. Studet, ut boni mathematici fiant discipuli, quoniam ita aptiores sunt ad studium philosophiae. Non ergo hanc potissimum ob causam commentarios scripsit, ut de mathematicis principiis philosopharetur [1]), sed ut discipulis suis geometriam praeciperet. Id imprimis ex commentariis in Euclidis propositiones patet; cff. quae supra de hac operis parte disputavi, atque etiam vid. p. 210, 23 sqq. ἡ γὰρ τούτων συνοπτικὴ θεωρία γυμνασίαν οὐκ ὀλίγην ἐμποιεῖ καὶ μελέτην τῶν ἐν γεωμετρίᾳ λόγων; p. 278—279 philosophicam quaestionem de infinito attigit, sed, ut ipsi videtur, non ad rem; nunc enim de geometricis est agendum; ergo quaestionem illam dimittit p. 279, 12 ἀλλὰ ταῦτα μὲν εἰς ἄλλην ἀναβεβλήσθω θεωρίαν.

Knochei autem sententiae prorsus oppositam opinionem protulit v. d. Majer, qui in libello, cui titulus „Proklos über die Petita und Axiomata bei Euklid, Tübingen 1875," et alia dicit et haec: „Ebenso hat nach ihm (Eukl.) eine fortgehende Entwickelung stattgefunden, wenn auch nicht mit denselben grossen Resultaten zu allen Zeiten, und wenn auch sein Werk fortan Grundlage des geometrischen Unterrichtes blieb, so hat man doch da und dort auszufeilen und zu verbessern gesucht.... Als ein Versuch der Verbesserung, wenn auch ausgeführt mit

---

1) Quamquam libentissime concedo tales egressiones Proclo, ut philosopho, permagni videri momenti.

heiligem Respekt vor der Grösse des Meisters, ist das ganze Werk des Proklos anzusehen" etc. (p. 29). Majeri ergo est opinio Proclum in commentariis scribendis hoc spectasse, ut Euclidem corrigeret. In eandem sententiam inclinat Cantor [1]). Quibus cum viris stare nequeo. Nam ut in cap. X demonstrabitur, perpauci extant loci, quibus Proclus novi aliquid in mathematica profert; cetera, quae ad ipsam geometriam pertinent, ex aliorum operibus, praesertim commentatorum priorum, desumpta sunt cuncta [2]); ergo ad Euclidem corrigendum sufficiebant antiquiores illi commentarii, nulloque modo opus erat Procli opere. Non erat geometria Procli professio ergoque minime est verisimile eum tantum sibi sumsisse, ut geometrae *κατ' ἐξοχήν* opus emendaret. Nonnullis sane in rebus Euclides ei verum non vidisse videtur. V. p. 183, 24 sqq.; p. 191, 21 sqq.; p. 364 sqq. Sed ultimo tantum loco ipse Ptolemaeo duce rem melius tractare conatur, ceteris locis aliorum affert sententias. Multo autem multoque maior est numerus locorum, ubi Euclides magna ei laude dignus videtur [3]); saepe deinde eum defendit contra Apollonium, qui nonnullas demonstrationes Euclideis meliores sibi invenisse videtur; v. c. p. 280, 4 sqq. *τοιαύτη τίς ἐστιν καὶ ἡ κατὰ Ἀπολλώνιον τοῦ προκειμένου προβλήματος ἀπόδειξις .... πολλῷ δὴ οὖν κρείττων ἡ τοῦ στοιχειωτοῦ ἀπόδειξις καὶ ἁπλουστέρα καὶ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν.* cf. et p. 335, 12—336, 18; 282, 20 sq. *πάλιν οὖν ὁρᾷς, ὅτι ποικιλωτέρα ἡ ἀπόδειξις αὕτη* (sc. Apollonii) *τῆς παρὰ τῷ στοιχειωτῇ.* Haec omnia non redolent Euclidis emendatorem. Etiam commemorandum videtur Proclum multos eiusdem propositionis casus non tam addere

1) Geschichte der Mathematik, I² p. 465—466.

2) Veri est simillimum priorum illorum commentatorum scopum fuisse ipsum illum, quem Majer attribuit Proclo.

3) V. p. 68—70; p. 143, 5 sqq.; p. 151, 13 sqq.; p. 232, 11 sqq.; p. 235—236; p. 260, 10 sqq.; p, 292, 12 sqq., etc.



solere, ut Euclidem additamentis suis locupletiorem reddat [1]), quam exercitationis causa. V. c. cff. p. 224, 15 sqq.; p. 228—229, ubi omnibus casibus expositis haec addit: *ταῦτα γὰρ πάντα ποικιλίαν ἡμῖν θαυμαστὴν παρέχεται γυμνασίας* (p. 229, 2 sq.); p. 290, 14 sq. etc.

Mea ergo opinio de consilio, quo Proclus commentarios in primum Elementorum librum composuerit, huc redit: Mathematicen summam philosophiae studio utilitatem afferre censebat Proclus; ergo eam discipulos docebat. Cum autem priores commentarii in Euclidis Elementa ei non placerent, ipse adhibitis quae in scholis tradiderat commentariorum scribendorum munus in se recepit, nimirum in usum discipulorum mathematices imperitorum; nonnulla etiam inseruit provectiorum gratia. Non igitur ut Euclidem corrigeret, sed ut discipuli idoneum haberent librum, quo in Euclide legendo uterentur; non ut de mathematicis principiis philosophandi haberet facultatem, sed ut discipulos suos geometriam doceret, opus suum conscripsit. Mathematica enim studia ut ad philosophiam praeparantia quam utilissima iis censebat.

Nunc ad quaestiones initio huius capitis propositas veniamus, quarum prima haec est: Scripsitne Proclus in ceteros quoque Elementorum libros commentarios?

Nonnulli in nostro opere loci indicant in animo saltem ei fuisse commentarios suos continuare. Vid. p. 398, 18 sqq. *ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἐν ἄλλοις δείξομεν. πρεπωδέστερα γάρ ἐστι ταῖς ὑποθέσεσι τοῦ δευτέρου βιβλίου.* cff. et p. 272, 12 sqq.; p. 423, 6 [2]). Ex loco vero p. 432, 9 sqq. apparet nondum certa in sententia

1) Id cadere videtur in priores illos commentatores.

2) Secundum Heibergium (Litterar-geschichtl. Studien über Euklid, p. 165, adn. 1) hic locus huc non pertinet. Mihi vero Proclus designare videtur Elementorum libri XII[i] propositionem secundam.

eum consistere: ἡμεῖς δὲ, εἰ δυνηθείημεν καὶ τοῖς λοιποῖς τὸν αὐτὸν τρόπον ἐξελθεῖν, τοῖς θεοῖς ἂν χάριν ὁμολογήσαιμεν, εἰ δὲ ἄλλαι φροντίδες ἡμᾶς περισπάσαιεν κτλ.

Wachsmuth [1]) autem multa ceterorum Procli commentariorum vestigia in scholiis in Euclidem invenisse sibi visus est multisque viris doctis hac de re persuasit, non tamen Heibergio, qui in libro, cui titulus „Litterargeschichtliche Studien über Euklid", Wachsmuthium optime — me quidem iudice — refellit [2]). Etiam in commentatione, quae inscribitur „Sur les Scholies des Eléments d'Euclide", p. 297 Heiberg hac de re egit; egregie autem mihi demonstrasse videtur collato libro manuscripto Arabico multa ex Pappi commentariis continente, scholia illa non a Proclo originem duxisse, sed ex Pappi in Euclidem commentariis fluxisse; inter Proclum vero et scholia illa hanc ob causam similitudinem quandam intercedere, quod etiam Proclus in libro suo conscribendo Pappi commentarios adhibuerit.

Ergo omnino incertum videtur continuaveritne Proclus suos commentarios. Quod si fecit, nullus dubito, quin plane eadem ratione fuerint compositi deperditi illi libri, qua commentarii in primum Elementorum librum. Qua in re a partibus sto Majeri et Heibergii, a Knocheo [3]) dissentio. Haec enim quaestio quam artissime coniuncta est cum altera illa de Procli proposito. Knoche autem censet Proclum nihil spectasse nisi philosophandi occasionem. Quam cum multo minus reliqui Euclidis libri praeberent, multo magis concisos ceteros illos commentarios fuisse putat. Majeri vero opinio est Proclum ad Euclidem corrigendum commentarios suos scripsisse; qua ex re efficitur

1) Wachsmuth in Rhein. Mus., 1863, p. 132—135.
2) L.l. p. 166 sqq.
3) Disputavit de hac quaestione Knoche in libello, qui inscribitur „Untersuchungen über die neu aufgefundenen Scholien des Proklus Diadochus". Herford, 1865. Quod opusculum quamvis multo labore adhibito mihi comparare non potui.



eandem commentandi rationem etiam in ceteris Euclidis libris Proclum esse consecutum. Heiberg de Procli scopo nullum quidem fecit verbum, eandem vero habet opinionem [1]), quam Majer, propter verba in p. 432 κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον [2]). Mea autem de hac quaestione sententia eodem redit et propter locum ab Heibergio indicatum et aliam ob causam. Supra enim demonstrare conatus sum Proclum in libro suo conscribendo nihil aliud ante oculos habuisse nisi discipulorum suorum institutionem geometriae utpote philosophiae fructuosae; quamquam igitur non potuit, quin disputationes philosophicas locis opportunis insereret, tamen geometria caput est. Quam ob rem mihi persuasum est Proclum, si quidem in ceteros quoque Euclidis libros scripsit commentarios, eos prorsus eodem modo esse interpretatum, quo primum Elementorum librum, obscuriora explicantem, varios casus tractantem, refutantem quae contra Euclidem sunt prolata, locis idoneis philosophica nonnulla inserentem. Vel etiam, cum nonnulli reliquorum Euclidis librorum multo sint primo libro difficiliores [3]), verisimile est in eos libros, quippe qui prolixiorem explicationem requirerent, Procli commentarios maioris fuisse ambitus, quamquam concedi oportet philosophicis digressionibus illic rarius fuisse locum.

1) Litterargeschichtl. St. über Eukl., p. 166, adn. 1.
2) P. 432, 9 sqq. ἡμεῖς δέ, εἰ δυνηθείημεν καὶ τοῖς λοιποῖς τὸν αὐτὸν τρόπον ἐξελθεῖν, τοῖς θεοῖς ἂν χάριν ὁμολογήσαιμεν, εἰ δὲ ἄλλαι φροντίδες ἡμᾶς περισπάσαιεν, τοὺς φιλοθεάμονας τῆς θεωρίας ταύτης ἀξιοῦμεν κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον καὶ τῶν ἑξῆς ποιήσασθαι βιβλίων τὴν ἐξήγησιν κτλ. Eadem observatio mihi quoque in mentem venerat.
3) V. c. Elementorum liber decimus.

## CAPUT III.

Nunc mihi res est cum Tannerio, viro de historia mathematices Graecae optime merito, quem breviter illam quoque de Procli fontibus quaestionem attigisse iam in cap. I dictum est. Ibidem autem observavimus totam illam Tannerii disputationem una niti coniectura, de qua nunc paulo accuratius disputandum videtur. Contendit vir doctus [1]) peculiarem quandam tribuens significationem formulae οἱ περί τινα, ubicumque haec occurrat formula, indicio eam esse Proclum eos laudare auctores, quorum enuntiata, cum ipsorum libri ad manum ei non essent, ex aliorum scriptis ab eo essent desumpta. Voculas οἱ περὶ Ποσειδώνιον verbi causa ipsum solum Posidonium designare posse, id secundum Tannerium minime est verisimile [2]) atque adhuc demonstratione indiget. Apud fabularum autem scriptores Procli aetate huius formulae significationem esse ait: Posidonius cum suis commilitonibus. „Que dans Proclus, qui a des prétentions de style indiscutables, cette locution, relativement rare d'ailleurs, n'ait pas une signification spéciale, c'est

1) La Géométrie Grecque, chap. I.

2) Cantor in Zeitschrift für Mathematik und Physik XXXIII Hist.-Litt. Abth. p. 278, observavit ipsum Tannerium verba Procli οἱ περὶ Σπεύσιππον καὶ Ἀμφίνομον hunc in modum vertisse: „Speusippe et Amphinome" (La Géom. Gr. p. 137).



ce qui me paraît absolument inadmissible" (l.l. p. 23). Formula autem illa, quae proprie designet „Posidonium et eos, qui idem quod Posidonius sentiunt," cum etiam ad geometricas demonstrationes suo auctori referendas adhibeatur, ubi isti significationi non est locus, quoniam geometrica demonstratio non nisi ad unum tantum virum relegari potest, coniecit Tannery ubique in Procli commentariis in Euclidem illa verba significare: „Posidonius et ceux qui reproduisent ce qu'il a dit," itaque ubicumque haec formula inveniatur, certum praebere indicium verba allata non ex ipso auctore esse desumpta a Proclo, sed per alium quendam scriptorem ad eum pervenisse. Cui coniecturae confisus vir doctus multa nomina delet in tabulis auctorum, quorum operibus in commentariis scribendis Proclus usus fertur. Addit autem Tannery l.l. p. 24 haec ad nostram quaestionem pertinentia: „Il semble bien dès lors, que la locution: οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον (Pr. p. 429, 13), par exemple, doive signifier: ‚Héron selon Pappus'. L'origine de cet emploi est facilement à reconnaître; après avoir écrit tout d'abord: οἱ περὶ Ἥρωνα, Proclus aura pensé qu'il n'indiquait pas suffisamment sa véritable source; il aura dès lors naturellement ajouté: καὶ Πάππον."

En Tannerii opinio, contra quam multa habemus quae afferamus. Primum enim, ut ab ultimis eius verbis initium faciamus, explicatione sua verborum οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον maximam obtrudit Tannery Procli dictioni inconstantiam et obscuritatem [1]). Si enim formula οἱ περὶ Ποσειδώνιον v. c. Proclus designare solet ‚Posidonium et eos, qui tradunt quae apud Posidonium extant', iure expectes verba οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ

1) Accedit quod secundum Tannerium de unius tantum Heronis additamentis sermo est. Vocula autem ὅσοι (Pr. p. 429, 12) indicare mihi videtur de plurium geometrarum demonstrationibus Proclum hoc loco verba facere.

Πάππον ita esse vertenda: Hero et Pappus et ii, qui dicta Heronis Pappique referunt. Hunc autem in modum ipse Tannery ceteros Procli locos, quibus talia extant enuntiata, accipere solet; v. c. Pr. p. 77, 16 sq. verborum *οἱ περὶ Σπεύσιππον καὶ Ἀμφίνομον* Tannerium putare hanc esse significationem: ‚Speusippus et Amphinomus et qui commemorant Speusippi Amphinomique dicta', ex p. 24 ipsius libri apparet. Si autem eandem significationem verbis *οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον* attribuisset, absurda inesse suae coniecturae ne ipse quidem potuisset negare. Ita enim Pappi in Euclidem commentarii a Proclo non essent adhibiti, sed enuntiata Pappi per alios ad eum pervenissent; quod quam longe a vero absit quivis videt, nam luce clarius apparet Pappi saltem opere Proclum in commentariis suis scribendis esse usum [1]. Ergo prorsus diversam assignavit vim verbis *οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον*. Qua tamen ratione Proclo eiusmodi imputat vitium, quo turpius a scriptore committi vix possit. Ita enim Proclus sibi non constat, sed eidem formulae plures attribuit significationes atque eas quidem quam diversissimas. Cui rei fidem habere nemo, ut opinor, poterit. Ergo verba *οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον* idem significare debent quod *οἱ περὶ Σπεύσιππον καὶ Ἀμφίνομον*. Ita autem cogimur, ut sumamus Pappi commentariis Proclum in opere suo conscribendo non esse usum, quod absurdum videtur. Itaque sequitur Tannerii explicationem formulae nostrae omnino non esse veram, quippe quae in absurda evadat.

Restat, ut observemus Tannerio minime opus fuisse, ut ad audacissimam illam coniecturam — iure enim ita vocari potest Tannerii commentum, quod Proclo prorsus novum atque inauditum istius formulae usum [2]) attribuat — confugeret. Nam

1) Neque hoc negat ipse Tannery; immo multos Procli locos ex Pappi commentariis esse haustos statuit l.l. p. 28.

2) Plane diversa ratione indicare solent scriptores Graeci se verba allata non in ipsius auctoris opere sed alibi invenisse. V. c. vid. Simplic. in Arist. Phys. (ed. Diels, p. 291): *οὕτως μὲν οὖν καὶ ὁ Γεμῖνος ἤτοι ὁ παρὰ τῷ Γεμίνῳ Ποσειδώνιος τὴν διαφορὰν τῆς τε φυσιολογίας καὶ τῆς ἀστρολογίας παραδίδωσιν.* Ceterum si cum Tannerio sumas hanc formulam indicare scriptores aliorum dicta referentes, potius expectes praepositioni *περί* genitivum quam accusativum casum adiungi.



et apud alios scriptores multos et apud ipsum Proclum verba *οἱ περὶ Ποσειδώνιον* saepius Posidonium solum designant [1]). Ergo haec formula ubi in geometricis demonstrationibus suo auctori attribuendis adhibetur, nullam afferre potest difficultatem. Revera autem saepius istam formulae nostrae significationem occurrere ut demonstrem, afferre velim locum quendam ex Plutarcho, sc. vit. Demetrii, cap. XXV, ubi haec extant: *ἐν δὲ Ἰσθμῷ κοινοῦ συνεδρίου γενομένου καὶ πολλῶν ἀνθρώπων συνελθόντων, ἡγεμὼν ἀνηγορεύθη* (sc. Demetrius) *τῆς Ἑλλάδος, ὡς πρότερον οἱ περὶ Φίλιππον καὶ Ἀλέξανδρον. ὧν ἐκεῖνος οὐ παρὰ μικρὸν ἐνόμιζεν ἑαυτὸν εἶναι βελτίονα τῇ τύχῃ τῇ παρούσῃ καὶ τῇ δυνάμει τῶν πραγμάτων ἐπαιρόμενος.* Quo loco manifestum est verbis *οἱ περὶ Φίλιππον καὶ Ἀλέξανδρον* ipsos tantum Philippum et Alexandrum indicari. Cff. etiam Plutarch., vit. Niciae, cap. XI; vit. Demosth. cap. XVI cum adnotatione Bücksenschützii; vit. Sol. cap. XV; Quaestt. conviv. p. 718 F.; Athen. X 33, p. 428 f. etc., etc. — Apud grammaticos autem posterioris aetatis scriptores hic formulae nostrae usus pervulgatus erat. V. schol. ad Eurip. Phoeniss. vs. 102: *Δίρκη, κρήνη Θηβῶν .... οἱ γὰρ περὶ Ζῆθον καὶ Ἀμφίονα ἐκτεθέντες ὑπὸ τῆς μητρὸς Ἀντιόπης, καὶ τραφέντες ἐν τοῖς βουκόλοις τῆς Δίρκης κτλ.* Cf. et Valckenaerii ad hunc locum adnotatio. V. et Marcellin. vit. Thucyd. § 18; etc.

Apud Proclum quoque eadem istius formulae significatio occurrit. Nemo enim alius praeter ipsum Antiphontem designatur vocabulis *οἱ περὶ Ἀντιφῶντα* hoc ex commentariis in Pla-

1) Etiam Cantor (Zeitschr. für Mathem. u. Phys. XXXIII, Hist.-Litt. Abth., p. 27 sqq.) et Heiberg (Philol. tom. XLIII, p. 333, adn. 3) nonnulla de hac re contra Tannerium observarunt.

tonis Parmenidem loco (ed. Cousin, IV, p. 13): .... Πυθόδωρος, .... ἀκούσας τῶν εἰρημένων λόγων, ὥσπερ ὁ ἐν Συμποσίῳ τῶν ἐρωτικῶν λόγων διαμνημονεύσας Ἀριστόδημος, ἀπαγγέλλει τοῖς περὶ Ἀντιφῶντα τὴν συνουσίαν [1]). Cff. et Procl. in priorem Platonis Alcibiadem, ed. Cousin, III, p. 169; Procl. in Platonis Rem publ. ed. Schoell, p. 49 [2]); etc.

Etiam ‚Posidonium cum suis' verbis οἱ περὶ Ποσειδώνιον indicari posse res est notissima neque ab ipso Tannerio negata. Ceterum tenendum est nonnumquam apud unum eundemque scriptorem nostrae formulae modo hanc modo illam significationem occurrere, v. c. apud Plutarchum (v. vit. Alcib. c. 36). Idem autem in Proclum quoque cadit. Nam Procl. in Platonis Parmenid. ed. Cousin, IV, p. 80, ubi haec extant: οἱ Κλαζομένιοι κατ' ἀγορὰν ἐνέτυχον τοῖς περὶ Ἀδείμαντον, vocabulis οἱ περὶ Ἀδείμαντον non solum Adimantum sed etiam Glauconem designari ex initio Platonis Parmenidis [3]) perspicuum est. — Utramque ergo significationem Proclus promiscue usurpavit. Neque hoc est quod miremur; cognatione enim quadam hae significationes inter se cohaerent.

Itaque etiam in commentariis geometricis Proclum modo hanc [4]) modo illam significationem voculis οἱ περί τινα attribu-

---

1) Cf. Plat. Parmen., cap. I: .... ἀκηκόασί τε ὅτι οὗτος ὁ Ἀντιφῶν Πυθοδώρῳ τινὶ Ζήνωνος ἑταίρῳ πολλὰ ἐντετύχηκε, καὶ τοὺς λόγους, οὕς ποτε Σωκράτης καὶ Ζήνων καὶ Παρμενίδης διελέχθησαν, πολλάκις ἀκούσας τοῦ Πυθοδώρου ἀπομνημονεύει.

2) Hic locus a v. d. Cantor (Zeitschr. f. M. u. Ph. XXXIII, Hist.-Litt. Abth., p. 29) est indicatus.

3) Plat. Parmen., cap. 1, ἐπειδὴ Ἀθήναζε οἴκοθεν ἐκ Κλαζομενῶν ἀφικόμεθα, κατ' ἀγορὰν ἐνετύχομεν Ἀδειμάντῳ τε καὶ Γλαύκωνι.

4) Ipse Tannery (La Géom. Gr., 137) verba Procli οἱ περὶ Μέναιχμον μαθηματικοί (Pr. p. 78, 9) ita vertit: „Les mathématiciens de l'école de Ménechme." Tamen l.l. p. 24 eodem utitur loco ad opinionem suam probandam Menaechmi opus Proclo non ad manum fuisse; ex Gemino enim istum de Menaechmo locum fluxisse censet. Ergo p. 24 inauditam illam significationem vocabulis οἱ περὶ τὸν Μέναιχμον attribuit, a significatione, quam p. 137 isdem tribuit verbis, quam diversissimam. Ita autem Geminum in Menaechmi discipulorum numerum rettulit! Miror virum tam egregium talia proferre potuisse.



turum fuisse iure expectamus. Me autem iudice ipse tantum vir nominatim indicatur p. 100, 5 sq.; p. 266, 16 sq.; p. 323, 7; p. 419, 15; p. 429, 13, ceteris vero locis (p. 67, 3; p. 77, 16 sq.; p. 78, 9; p. 80, 15; p. 80, 20 sq.; p. 254, 4 sq.) alteram agnosco significationem.

Quodsi haec recte disputata videntur, Tannerii formulae οἱ περί τινα explicatio in somniorum regionem est releganda. Quo facto etiam tota eius de Procli fontibus commentatio fundamento subtracto corruit. Quapropter denuo haec de Procli fontibus quaestio tractanda mihi visa est. Antequam autem ad hoc opus me convertam, observare velim Tannerium interdum coniecturae suae ratione non habita acute de nonnullis Procli locis disputasse. Quibus disputationibus multum me debere libentissime profiteor.

---

## CAPUT IV.

---

Omnium primum in universum agendum videtur de ratione, qua Proclus aliorum opera in suum usum convertere fontesque a se adhibitos indicare soleat.

Ut iam in cap. I observavimus, iure expectare possumus virum tam eruditum tamque industrium, quam erat noster, in commentariis scribendis non paucis fuisse usurum subsidiis. Praeterea vero probare conati sumus — id quod in sequentibus etiam confirmabitur — iamdudum eorum interiisse geometrarum opera, qui ante Euclidis aetatem floruerunt. Cum denique ibidem demonstraverimus minime eum esse Proclum, qui alienorum inventorum laudes sibi vindicet, ipsorum auctorum nominibus alto obrutis silentio — quippe qui satis diligenter significare soleat quosnam adhibuerit fontes —, non est quod putemus in commentariis in Euclidem praeter fontes nominatos etiam alia eum opera, quorum non fecerit mentionem, usurpasse, e quibus multa desumpta in suum usum verterit.

Contra saepius evenit, ut eundem fontem modo nominatim afferat, modo indicare neglegat. Sic Heronis nomen sexies in commentariis occurrit; complures autem praeterea locos ex Herone esse desumptos, ubi eius nulla fiat mentio, perspicuum est ex commentariis Arabicis, quos Besthorn et Heiberg in lucem ediderunt[1]). Dixerit hic aliquis: „Quid ergo tantopere modo laudabas Proclum, quod fontes a se adhibitos accurate indicare soleat?" Respondeo me paratum habere locum, quo Proclus prorsus excusetur. Nam p. 200, 6 sqq., ubi designat, qua ratione commentarios in Euclidis propositiones sit scripturus, haec extant: *νυνὶ .... ἐπὶ τὴν ἐξήγησιν τραπώμεθα τῶν δεικνυμένων ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ, τὰ μὲν γλαφυρώτερα τῶν εἰς αὐτὰ γεγραμμένων τοῖς παλαιοῖς ἀναλεγόμενοι καὶ τὴν ἀπέραντον αὐτῶν πολυλογίαν συντέμνοντες, τὰ δὲ τεχνικώτερα καὶ μεθόδων ἐπιστημονικῶν ἐχόμενα παραδιδόντες, τῇ τῶν πραγμάτων ἐπεξεργασίᾳ πλέον ἀπονέμοντες ἢ τῇ ποικιλίᾳ τῶν πτώσεων καὶ τῶν λημμάτων, οἷς ὡς τὸ πολὺ τοὺς νεαροπρεπεῖς ἐπιτρέχοντας ὁρῶμεν*[2]). Ergo ex iis, quae priores mathematici ad Elementa scripserunt, elegantiora illa paucis comprehendet verbis, ea autem, quae ad ipsam scientiam magis pertinent, tradet (nam post verba *τὰ δὲ τεχνικώτερα καὶ μεθόδων ἐπιστημονικῶν ἐχόμενα* haec mente esse supplenda: *τῶν εἰς αὐτὰ γεγραμμένων τοῖς παλαιοῖς* quivis videt). Hic ergo cum in universum significet, permulta ex aliorum operibus esse desumturum, simul innuere videtur, singulis locis iam non semper et ubique mentionem fontium suorum facturum se esse. Modo fontem adhibitum indicat, praesertim cum res, de qua agitur, tali mentione digna videatur[3]), modo nullum nominat auctorem.

Unde sequitur nullo modo posse concludi sua proferre Pro-

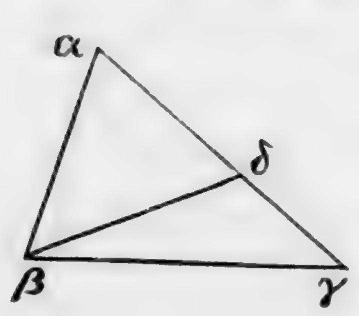
---

1) Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex Interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et Latine ediderunt R. O. Besthorn et J. L. Heiberg.

2) Eiusmodi indicium generale (ut ita dicam) etiam p. 48, 1—5 invenitur: *τὰ μὲν δὴ κοινὰ καὶ ἐπὶ πᾶσαν διατείνοντα τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην ἐν τοῖς προειρημένοις λόγοις τεθεάμεθα τῷ τε Πλάτωνι συμπορευόμενοι καὶ παρὰ τῶν ἄλλων ἀναλεγόμενοι τὰ πρὸς τὴν παροῦσαν πραγματείαν ἡμῖν συντείνοντα νοήματα.* Scilicet haec primum spectant prologum.

3) Non semper tamen in referendis rebus satis gravibus auctorem suum indicat; v. c. vid. p. 319—321.

clum, ubi nullus indicetur fons. P. 200 enim, quem locum supra attulimus, de ratione sua propositionum commentandarum ita loquitur, ut statim intellegamus multa nova inventa additamentave ab eo expectari non posse. Ibi enim nihil indicat nisi hoc: multas res ex aliorum operibus se esse petiturum; de propriis vero inventis .... οὐδεὶς λόγος. Cum autem persaepe novas demonstrationes vel varios eiusdem propositionis casus proferat nullo nominato auctore, minime est credibile omnia illa ad ipsum Proclum tamquam auctorem esse referenda. Neque ita se habere rem docent Arabici illi commentarii, ut iam diximus. Ex his enim luce clarius apparet multa Heroni esse assignanda, quae primo aspectu ob verborum praesertim delectum Procli esse conieceris. Et alias causas invenisse mihi videor, cur multi loci nullo modo ipsi Proclo attribui possint. Dabo exemplum. P. 380, 20 sqq. demonstratur omnem figuram rectilineam, cuius angulorum interiorum summa duobus aequalis sit rectis, esse triangulum. Liceat mihi ipsa Procli verba afferre: ἔστω τι σχῆμα τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ τρεῖς ἔχον γωνίας μόνας δύο ὀρθαῖς ἴσας




τὰς $\bar{\alpha}\,\bar{\beta}\,\bar{\gamma}$. λέγω ὅτι τρίγωνόν ἐστι καὶ μία εὐθεῖά ἐστιν ἡ $\overline{\alpha\gamma}$. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ $\overline{\beta\delta}$. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρου τῶν $\overline{\alpha\beta\delta}$ $\overline{\delta\beta\gamma}$ τριγώνων αἱ τρεῖς γωνίαι δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι, ὧν αἱ τοῦ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ $\overline{\alpha\delta\beta}$ $\overline{\gamma\delta\beta}$ δύο εἰσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. καί εἰσιν πρὸς τῇ $\overline{\beta\delta}$ εὐθείᾳ. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $\overline{\delta\gamma}$ τῇ $\overline{\delta\alpha}$. Quo loco breviter Proclum alterius referre demonstrationem, persuasum mihi quidem est, atque id hanc praesertim ob causam, quod nihil nostro loco dicitur de situ puncti $\bar{\delta}$ vel de ratione, qua ductae sint lineae $\overline{\alpha\delta}$ et $\overline{\gamma\delta}$; multo apertius multoque copiosius hanc rem tractasset, nisi fallor, si ipsius fuisset inventum. Accedit quod quae statim sequuntur (p. 381, 6 sqq.) Pappi esse alio collato loco (p. 189—190) perspicuum fit. Quibus de causis nostra demonstratio a Proclo abiudicanda videtur.



Itaque admodum caute et circumspecte agere nos oportet neque temere cum Knocheo [1]) et Friedleinio [2]) Proclo vindicare omnes locos, ubi nullus fons indicetur. Hoc quoque tenendum est, Proclum etiam in aliorum demonstrationibus tradendis saepius uti prima persona (λέγω, δείξω etc.), quoniam suis verbis aliena referre solet, ut paulo infra demonstrabitur. Cuius rei, cum saepissime occurrat, exempla afferre supersedeo. Ne ergo iusto citius ex verborum delectu argumenta deduxeris, quibus fretus locum aliquem ipsi assignes Proclo. Et quoniam semel de verborum delectu sermo est, etiam de alia Procli proprietate, quae cum nostra quaestione cohaeret, disputandum videtur. Non raro enim Proclus particulae ἄν cum optativo coniunctae constructione utitur, non ut indicet eam rem, quae fieri possit, sed ut referat id, quod iamdudum sit factum. Velut p. 273, 11 sqq., ubi haec extant: ἴσως δ' ἄν τινες ἐνσταῖεν τῷ γεωμέτρῃ τὸ συνιστάμενον ἰσόπλευρον ἐπ' αὐτοῦ λέγοντες τὴν κορυφὴν οὐκ ἐντὸς ἔχειν τῶν δύο εὐθειῶν, ἀλλ' ἤτοι ἐπὶ τῆς ἑτέρας ἢ καὶ ἐκτὸς ἀμφοτέρων κτλ., suspiceris hanc adversationem ab ipso Proclo esse excogitatam atque deinde refutatam, ut ita deterreret discipulos, quominus tale aliquid contra Euclidem proferrent. Sed vocula φασίν (p. 273, 2) clare indicat Proclum non sua commenta referre sed ea, quae revera iamdudum contra Euclidem sint opposita. Quapropter verisimile fit etiam refutationem (p. 274, 1 sqq.) illorum, qui Euclidis constructionem evertere conati sint, ex alio commentatore a Proclo esse desumptam; sicut v. c. p. 281 constat ab Herone petitam esse [3]). Passim vero in refutationibus tractandis eadem loquendi utitur

---

1) Untersuchungen über des Proklus Diadochus Commentar zu Euklids Elementen p. 16—17.

2) In Indice nominum s. v. Πρόκλος, quem indicem Procli commentariorum editioni suae adiecit.

3) Cf. Cod. Leid. 399, 1 ed. Besthorn et Heiberg, p. 73—75.

formula, particula nempe *ἄν* coniuncta cum optativo. Nullam autem ideo esse causam, cur tales locos ipsius Procli esse sumamus, ex iis, quae dicta sunt, manifestum est.

Quibus omnibus bene perpensis multo erimus paratiores ad diiudicandum, quid ipsi Proclo attribuendum videatur, quid ab eo omnino sit abiudicandum. Simul apparebit iniuria Knocheum et Friedleinium multas demonstrationes, multos eiusdem propositionis casus [1]) ipsi vindicasse Proclo. Etenim nisi expressis verbis noster indicet se de proprio aliquo invento verba facere, omnis abest iusta causa, cur ipsi Proclo aliquid assignetur.

Sequitur ut pauca quaedam observemus de ratione, qua Proclus fontes suos laudare soleat. Vulgo nomen auctoris tantum affert. Rarissime ipsius quoque operis, quod in suum usum convertit, inicit mentionem; quod Platonis dialogis exceptis fecit hisce tantum locis: p. 22, 15; p. 56, 24; p. 71, 18; p. 105, 5; p. 125, 8; p. 200, 2; p. 241, 19—20; p. 362, 15 sq. Ex quo Procli more saepius viri docti magnam ceperunt molestiam. Numquam autem nisi in Euclidis Elementis significat, quotum librum quamve sectionem alicuius operis adhibeat. — Porro non constanter indicat se aliena dicta non ex ipsius auctoris opere petiisse, sed ea per alios ad se pervenisse; saepius quidem id facit [2]), nonnumquam tamen rei istius mentionem facere neglegit, velut p. 283, 7 sqq., ubi certo certius est Oenopidis opus ei non iam ad manum fuisse (cf. p. 333, 5 sq.); p. 77, 16 sq., etc.

Postremum de ratione agendum est, qua noster fontibus

1) Pag. 200 et p. 84 diserte Proclus testatur varios illos eiusdem propositionis casus (quorum permagnum numerum iam ante eius aetatem esse tractatum ex loco p. 84, 8 sqq. patet) nullius fere sibi videri momenti. Veri ergo valde absimile operam eum dedisse, ut multos novos adderet casus innumeris illis, qui iam circumferebantur.

2) Vid. p. 211, 21; p. 305, 24; p. 333, 5 sq.; p. 395, 14, etc., etc.



suis sit usus. Ut in cap. I observavimus, multa latent in Procli commentariis in Euclidem fragmenta ex deperditis operibus, quae opera satis magni momenti fuisse videntur. Magnopere ergo nostra interest quaerere, utrum Proclus ad verbum alios scriptores exscribere soleat, an quae apud eos extent suis potius referat verbis. Ex loco iam supra allato — p. 200 dico, ubi et alia leguntur et haec: *τὰ μὲν γλαφυρώτερα τῶν εἰς αὐτὰ γεγραμμένων τοῖς παλαιοῖς ἀναλεγόμενοι καὶ τὴν ἀπέραντον αὐτῶν πολυλογίαν συντέμνοντες* — manifestum est, Proclo esse in animo geometricas demonstrationes casusve [1]) breviter referre paucisque comprehendere verbis. Idem autem nos docet vocabulum *συντόμως*, quod compluribus legitur locis; v. p. 323, 5 sqq. *δεῖ δὲ καὶ τὰς ἄλλας ἀποδείξεις τοῦ προκειμένου θεωρήματος σ υ ν τ ό μ ω ς ἱ σ τ ο ρ ῆ σ α ι, ὅσας οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πορφύριον ἀνέγραψαν κτλ.* Cf. etiam p. 345, 12 sqq., etc. Sed non solum demonstrationes variosque casus, sed etiam res prorsus diversi generis in brevius redigere solet. Velut p. 177, 24 sq., ubi haec legimus: *τοσαῦτα καὶ ἀπὸ τῆς Γεμίνου Φιλοκαλίας εἰς τὴν τῶν προκειμένων ἐξήγησιν ἀνελεξάμεθα*, vocabulum *ἀνελεξάμεθα* indicio est, praecedentia non ad verbum ex Gemini opere esse desumpta sed Proclum in Geminianis tradendis liberius egisse.

Ad quaestionem autem, quam in medium protulimus, dirimendam plurimum valent ii loci, quibus aliena afferuntur, comparati cum ipsis operibus, ex quibus isti loci sunt desumpti, dummodo adhuc haec opera extent. Pleraque vero eorum perierunt; tamen nonnulla supersunt, v. c. Platonis, Aristotelis, Plotini libri. Postquam autem omnes locos, ubi Platonica aut Aristotelica exhibentur, accurate cum ipsius utriusque philosophi contuli verbis, animadverti longe pleris-

1) Nam talia vocabulo *γλαφυρώτερα* indicari ex toto loci contextu atque insuper ex p. 84, 9 sqq. apparet.

que discedere Proclum a sermone eorum, quibus sit usus. E. g. inter se conferantur p. 371, 10 sqq. et Arist. de Coelo I, cap. 5, vel p. 103, 21 sqq. et Plat. Phileb. p. 51, C. Ne illo quidem loco, ubi Platonis rectae lineae affert definitionem, ipsius philosophi verba immutata nobis servat; cf. Pr. p. 109, 21 sq. cum Plat. Parmen. p. 137, E. — Iis tantum locis, quibus Proclus aperte significat se ad verbum exscripsisse, aliquot verba ipsius Platonis Aristotelisve inveniuntur. V. c. Procl. p. 108, 5 sqq. *τῶν γὰρ ὄντων ἁπάντων ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ τέλη προειληφὼς εὐθείας περαίνει κατὰ φύσιν περιπορευόμενος. φησὶν ὁ Πλάτων*, ultima verba indicio sunt ipsa Platonis laudari verba; idem autem fere extat apud Platon. De Legg. IV, p. 716 A. *ὁ μὲν δὴ θεός, ὥσπερ καὶ ὁ παλαιὸς λόγος, ἀρχήν τε καὶ τελευτὴν καὶ μέσα τῶν ὄντων ἁπάντων ἔχων εὐθεῖαν περαίνει κατὰ φύσιν περιπορευόμενος.* Cff. etiam Pr. p. 52, 19 sq. cum Plat. Tim. p. 42, A; Pr. p. 33, 24 sqq. cum Arist. Ethic. I, 5, 4. Quodsi ea, quae leguntur p. 21, 19 sqq. *ἐγήγερται* (sc. vir philosophicus) *μὲν οὖν ἤδη παρ᾽ αὐτοῦ .... δοτέον δὲ αὐτῷ τὰ μαθήματα, φησὶν ὁ Πλωτῖνος, πρὸς συνεθισμὸν τῆς ἀσωμάτου φύσεως καὶ τούτοις ὥσπερ σχήμασι χρώμενον ἀκτέον ἐπὶ τοὺς ἐν τῇ διαλεκτικῇ λόγους καὶ ὅλως ὡς τὴν τῶν ὄντων θεωρίαν*, conferuntur cum Plotin. Ennead. I, 3, 3 *τὰ μὲν δὴ μαθήματα δοτέον πρὸς συνεθισμὸν κατανοήσεως καὶ πίστεως ἀσωμάτου — καὶ γὰρ ῥᾳδιον δέξεται φιλομαθὴς ὤν — καὶ φύσει ἐνάρετον ὄντα πρὸς τελείωσιν ἀρετῶν ἀκτέον καὶ μετὰ τὰ μαθήματα λόγους διαλεκτικῆς δοτέον καὶ ὅλως διαλεκτικὸν ποιητέον*, apparet Proclum perpauca tantum ipsius Plotini tradere verba, reliqua autem Plotiniana suis verbis referre [1]). Omnino ergo a Procli ingenio abhorrere videtur

1) In Hultschii editione Heronis (»Heronis Alexandrini Geometricorum et Stereometricorum Reliquiae") p. 245 sqq. additae sunt Anonymi Variae Collectiones; de quibus 5—12 excerpta esse ex Gemino statuit Hultsch, quoniam haec fragmenta aliquatenus congruunt cum locis nonnullis Procleis,



librarii instar longas disputationes ad verbum ex aliorum operibus describere [1]). Immo ex iis, quae disputavimus, perspicuum est Proclum ubique fere suis verbis aliena referre, neque usquam ipsa auctoris sui verba exscribere, nisi voculis *φησίν ὁ ....* id indicetur.

Restat ut in transitu observemus, Proclum, ut ipsa fert res, haud ita raro multa ex alieno libro iam attulisse, antequam eius libri iniecerit mentionem. Cuius rei luculentum praebet exemplum locus p. 391 collatus cum Arist. Analyt. Post. I, 5. Cum enim iam p. 391, 2 sqq. exemplum istud trianguli aequicrurii ab Aristotele mutuatus esset, tamen fontem suum p. 391, 23 demum indicat.

Haec sunt, quae in universum de ratione, qua Proclus fontibus usus sit, disputanda visa sunt. Nunc ergo ad singulos fontes tractandos transire licet.

---

quos ex Gemino petitos esse constat. Egregie autem Tannery demonstravit ista fragmenta ad Anatolium esse referenda, hanc autem ob causam aliquam inter haec et Proclum similitudinem intercedere, quod Anatolius quoque persaepe Gemini opus in suum usum converterit (Tannery, La Géométrie Grecque, p. 43 sqq.). Ipsum ergo textum Geminianum qūia ista fragmenta non exhibent, nullius sunt nostrae quaestioni momenti.

1) P. 330 sq. ipsa Euclidis verba Proclum esse allaturum expectes ex iis, quae p 330, 19 sqq. dicit: *ἐπακολουθήσομεν τοῖς τοῦ γεωμέτρου ῥήμασιν.* Sed ne hoc quidem loco a se impetrare potuit, ut textum Euclidis immutatum traderet.

## CAPUT V.

---

In Peripateticorum schola studia historica magnopere floruisse notissimum est. Qua in re praecipua fuerunt merita Peripatetici praeclari Eudemi, inter cuius opera memorantur historia arithmetices [1]), historia astronomiae [2]), historia geometriae. Quorum librorum nullus aetatem tulit. Antiquitus autem praesertim historiam geometriae quam plurimi esse aestimatam ex hac re apparet, quod a multis veteribus scriptoribus est usurpata [3]). Post Eudemi autem aetatem nullum iam opus, quod historiam geometriae tractaret, in lucem esse editum, luculenter demonstratur hisce Procli verbis (p. 68, 4 sqq.): *οἱ μὲν οὖν τὰς ἱστορίας ἀναγράψαντες μέχρι τούτου προάγουσι τὴν τῆς ἐπιστήμης ταύτης τελείωσιν. οὐ πολὺ δὲ τούτων νεώτερός ἐστιν Εὐκλείδης κτλ.* [4]). Qua-

1) Cf. Spengel, Eudem. Fragmenta, fr. LXXXIII.

2) Cf. v. c. Theon. Smyrn. ed. Hiller, p. 198, 14.

3) Contra nullum extat vestigium historiae astrologiae, arithmetices, geometriae, quae opera Theophrasto tribuit Diogenes Laertius (ed. Cobet, p. 122). Quapropter admodum mihi arridet Useneri coniectura, qui censet Diogenem Laertium per errorem opera ab Eudemo composita Theophrasto assignasse (Usener, Analect. Theophr., p. 17). — Ceterum Nesselmann in memoriam revocavit alterum Diogenis locum, ubi Xenocratis operis »*περὶ γεωμετρῶν βιβλία ε̄*" fit mentio (Diog. L., ed. Cobet, p. 96); contendit autem hoc quoque opus, dummodo verus titulus nobis sit servatus (extat enim altera lectio *περὶ γεωμετρικῶν*), geometriae fuisse historiam (Nesselm., Die Algebra der Griechen, p. 3). Sed etiam Xenocratis hoc opus prorsus obliteratum est.

4) Nihil refert, utrum hoc loco ipse Proclus loquatur an ex alieno opere



propter maximam hoc opere deperdito iacturam fecimus, praesertim cum, ut iam in cap. I exposuimus, Eudemo ad manum essent multorum antiquorum mathematicorum opera, quae paulo post e conspectu ablata esse quam verisimillimum est. Ibidem autem observatum est magnam Procli in Euclidem commentariis accedere auctoritatem tamquam fonti historiae mathematices Graecae, si pro certo demonstrari possit Eudemi quoque opus eum in commentariis scribendis adhibuisse.

Quamquam autem saepius apud nostrum Eudemi nomen occurrit, tamen pertinaciter negat Tannery Proclum ipso Eudemi opere usum esse. Ad quam rem demonstrandam hunc affert [1]) Procli locum (p. 419, 15 sqq.): *ἔστι μὲν ἀρχαῖα, φασὶν οἱ περὶ τὸν Εὔδημον, καὶ τῆς τῶν Πυθαγορείων μούσης εὑρήματα ταῦτα κτλ.* Verbis igitur *οἱ περὶ τὸν Εὔδημον* dum miram atque inauditam illam tribuit significationem, de qua in cap. III egimus, certo indicio ista vocabula ei sunt, Eudemi dicta per alios ad Proclum pervenisse. Quod argumentum nullius esse pretii (pace hoc tanti viri dixerim) ex iis, quae in cap. III disputavimus, patet opinor.

Fusius autem eandem quaestionem Tannery tractavit in „Annales de la Faculté des Lettres de Bordeaux, 1882"; quae viri docti disputatio quamquam ipsa ad manum mihi non fuit, tamen summa eius mihi innotuit ex iis, quae disserit Heiberg in Philol., tom. 43, p. 345—346, quo loco Heiberg breviter Tannerii refert opinionem. Praeterea in commentatione quoque sua „de Excerptis ex Antiphonte et Hippocrate apud Simplicium" Tannery hanc quaestionem obiter tetigit; quam commentationem Diels Praefationi editionis Simplic. in Arist. Phys.

haec verba exscripserit. Non enim huius rei mentionem fecisset, nisi ipsi quoque constitisset nullam geometriae historiam post Eudemi aetatem esse compositam.

1) La Géométrie Grecque, p. 15—16.

inseruit. Tannerii autem sententia huc redit, Eudemi historiam geometricam iam quarto post Christum natum saeculo esse obliteratam, Simplicium autem Eutociumque ea, quae ad Eudemum ipsi referant, ex Spori opere, quod inscriberetur Κήρια Ἀριστοτελικά, contra Proclum modo ex Gemino modo ex Pappi Porphyriique in Euclidem commentariis Eudemea sua petiisse. — Contra quam Tannerii opinionem licet multa habeam quae proferam, tamen — praesertim cum ab Heibergio l.l. multa egregie sint observata de Spori praecipue illo libro — ego rei me satisfecisse putabo, si demonstraverim sine ullo dubio ipsum Eudemi opus et Simplicio et Eutocio fuisse praesto. Inspiciatur enim Simplic. ed. Diels, p. 60 s. f., ubi Simplicius allaturus, quae Eudemus de Hippocratis lunularum quadratura tradidit, haec praemittit: *ἐκθήσομαι δὲ τὰ ὑπὸ τοῦ Εὐδήμου κατὰ λέξιν λεγόμενα ὀλίγην τινὰ προσθεὶς σαφήνειαν ἀπὸ τῆς τῶν Εὐκλείδου στοιχείων ἀναμνήσεως διὰ τὸν ὑπομνηματικὸν τρόπον τοῦ Εὐδήμου κατὰ τὸ ἀρχαϊκὸν ἔθος συντόμους ἐκθεμένου τὰς ἀποδόσεις. λέγει δὲ ὧδε ἐν τῷ δευτέρῳ τῆς γεωμετρικῆς ἱστορίας κτλ.* Haecne dicit is, qui ipsum Eudemi opus numquam viderit cuique sparsa tantum eius fragmenta in aliorum mathematicorum operibus obviam essent facta? Credat qui potest! Verba enim *ἐκθήσομαι δὲ τὰ ὑπὸ τοῦ Εὐδήμου κατὰ λέξιν λεγόμενα* non sunt viri, qui ex Spori opere Eudemea quaedam transcripturus sit, sed cui ipsum Eudemi opus sit ad manum. Porro numquam sic locutus esset de ratione, qua Eudemus scribere soleret, nisi totum Eudemi opus cognitum habuisset. Id quod et ex universo tenore eius loci Simpliciani, qui ad Hippocratis pertinet lunularum quadraturam, manifestum est [1]). — Idem autem de Eutocio esse statuendum, patet ex loco quodam ex

1) Cf. v. c. p. 63 (ed. Diels) *τὸν δὲ τοῦ μηνίσκου τούτου τετραγωνισμὸν παρῆκεν ὁ Εὔδημος ὡς σαφῆ οἶμαι.*



eius commentariis in Archimedis librum de Dimensione Circuli. V. Archimed. ed. Heiberg, vol. III, p. 264, ubi Eutocius haec dicit: *δῆλον γάρ, ὅτι τουτὶ* (sc. circuli quadratura) *ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ἐπιμελῶς ἐκείνους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς εὑρήκασιν, οὓς ἀκριβῶς εἰδέναι νομίζω τούς τε τὴν Εὐδήμου γεωμετρικὴν ἱστορίαν ἐπεσκεμμένους καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μετασχόντας κηρίων.* Supra quam dici potest absurda essent Eutocii haec verba, si eius aetate Eudemi opus iam evanuisset. Quodammodo enim iis, quibus nondum Hippocratea illa lunularum quadratura esset nota, fontes indicat, in quibus omnia ad hanc rem pertinentia invenire possent. Qua vero ratione Eutocii aequales Eudemum adirent, si nusquam iam Peripatetici opus extaret?

Ergo, reiecta Tannerii opinione, tute iam statuere licet Simplicii Eutociique aetate nondum interiisse Eudemi geometriae historiam. Inde autem certo certius sequitur etiam a Proclo, qui uno saeculo antea viveret, illud opus adhiberi potuisse. Et cum saepius Eudemi nomen apud Proclum occurrat, nullam omnino habemus causam, cur cum Tannerio sumamus eum illa Eudemea ex aliorum scriptis deprompsisse. Immo nostro iure expectare possumus virum tam eruditum tamque industrium, cum res historicas tradere ei in animo esset, primarium historiae geometriae fontem, i. e. Eudemum adiisse atque consuluisse.

Ad Eudemi operis aliqua ex parte imaginem instaurandam plurimum valet fragmentum illud a Simplicio nobis servatum, cum praesertim constet saepe ipsa Eudemi verba tradere Simplicium. Qua de re plura infra observabimus. Hic tantum indicare velim ex loco Simpliciano apparere Eudemum punctis, lineis etc., prisco more nomina imponere; sic linea aliqua $\overline{\alpha\beta}$ apud Eudemum voculis ἡ ἐφ᾽ ᾗ $\overline{\alpha\beta}$ vulgo indicatur. Apud Proclum vero tales locutiones, ubi demonstrationem quandam affert ex Eudemo, non inveniuntur. Ne tamen hinc concluseris Pro-

clum ipso Peripatetici opere non usum esse. Etenim, ut cap. IV demonstravimus, Proclus ubique fere — praesertim autem in geometricis demonstrationibus tradendis — suis verbis breviter exponere solet, quae apud alios invenit. Itaque minime mirandum est eum istas Eudemi ambages in lineis, etc. nominandis vitasse. Accedit quod iam apud Aristotelem hic illic recentior illa multoque brevior ratio puncta, lineas, etc. indicandi (αβ) invenitur; quam ergo ab Eudemo quoque nonnumquam esse adhibitam veri admodum est simile [1]).

Nunc singuli loci, quibus Eudemo usus est Proclus, recensendi sunt. Quorum e numero primum eos indicabo, ubi Eudemi nomen a Proclo est additum, deinde vero probare conabor aliquot locos, etsi nulla ibi Peripatetici fiat mentio, Eudemo esse attribuendos.

P. 352, 14 sqq. Proclus contra consuetudinem suam ipsum Eudemi opus nominat: *Εὔδημος δὲ ἐν ταῖς γεωμετρικαῖς ἱστορίαις εἰς Θαλῆν τοῦτο ἀνάγει τὸ θεώρημα. τὴν γὰρ τῶν ἐν θαλάττῃ πλοίων ἀπόστασιν δι' οὗ τρόπου φασὶν αὐτὸν δεικνύναι τούτῳ προσχρῆσθαί φησιν ἀναγκαῖον.* Propter paenultimum vocabulum *φησίν* verisimile est ipsa Eudemi verba aliquot hic extare.

P. 299, 1 sqq. *τοῦτο τὸ θεώρημα .... εὑρημένον μὲν, ὥς φησιν Εὔδημος, ὑπὸ Θαλοῦ πρώτου.* Idem fere verborum delectus occurrit:

P. 333, 5 sq. *πρόβλημα καὶ τοῦτο, Οἰνοπίδου μὲν εὕρημα μᾶλλον, ὥς φησὶν Εὔδημος.*

P. 379, 2—16. *Εὔδημος δὲ ὁ περιπατητικὸς εἰς τοὺς Πυθαγορείους ἀναπέμπει τὴν τοῦδε τοῦ θεωρήματος εὕρεσιν, ὅτι τρίγωνον ἅπαν δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει τὰς ἐντὸς γωνίας. καὶ δεικνύναι φησὶν αὐτοὺς οὕτως τὸ προκείμενον.* Sequitur Pythagoreorum huius propositionis demonstratio [2]), quam Proclus haud dubie more suo in brevius redegit (cf. p. 69).

1) Cf. Heiberg in Philol. tom. 43, p. 341.
2) Geminus apud Eutocium (Apoll. ed. Heiberg, vol. II, p. 168—170) aliam



P. 419, 15—18 *ἔστι μὲν ἀρχαῖα, φασὶν οἱ περὶ τὸν Εὔδημον, καὶ τῆς τῶν Πυθαγορείων μούσης εὑρήματα ταῦτα, ἥ τε παραβολὴ τῶν χωρίων καὶ ἡ ὑπερβολὴ καὶ ἡ ἔλλειψις.* Verbis *οἱ περὶ τὸν Εὔδημον* neminem praeter ipsum Eudemum significari iam cap. III observavimus. Omnia autem, quae hic extant, verba ipsi Eudemo imputanda videntur propter vocabulum *φασίν*. In iis deinde, quae apud Proclum sequuntur, ut pro certo mihi constat nulla ratione fieri potuisse, ut ex Eudemo hauserit ea, quae exhibeat de nominibus istis ad coni sectiones translatis — ab Apollonio enim demum hoc factum —, ita nullus dubito, quin ea verba (p. 419, 24—420, 6), quibus exponat quid haec nomina apud Pythagoreos significent, ab ipso sit mutuatus Rhodio. Postquam enim Eudemus horum nominum mentionem fecit, omnino eorum vim explicare debuit.

Iam ad alios illos locos transeamus, quibus Eudemi nomen a Proclo omittitur. Quos locos si quis contendat, cum Eudemi nomen taceatur, non in Peripatetici opere a Proclo esse inventos sed in prioribus commentariis aut in Gemini libro, ego observare velim a Gemini operis consilio omnino eos abhorrere, quippe qui generales potius tractaret quaestiones, fieri autem potuisse, ut priores illi commentatores nonnumquam res historicas ex Eudemo desumptas in medium protraxerint. Sed cum Eudemi opus Proclo praesto esset, veri simillimum est eum etiam tum Eudemum suum data opera consuluisse de illis rebus, quas breviter communicabant commentatores. Ceterum iam in cap. IV ostendimus nullam esse causam, cur locum aliquem ab auctore quodam abiudicemus ideo, quod auctor ille non nominetur. Sic etiam in cap. VI videbimus plures locos

quoque huius propositionis demonstrationem in memoriam revocavit vel potius demonstrationes, quoniam singillatim idem ostenditur de triangulo aequilatero, aequicrurio, scaleno. Quae demonstrandi ratio sine dubio ista Pythagorica, quam Proclus tradit, est antiquior. Cf. Hankel, Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter, p. 95—96.

ex Gemino esse petitos, ubi Gemini nulla fit mentio. Idem igitur de Eudemo observare licet. Quae cum ita sint, equidem non dubito quin, cum certo sit certius Eudemi opus Proclo ad manum fuisse, illi quoque loci, quos ab Eudemo originem traxisse constet, sed quibus Eudemi nomen taceatur, ab ipso Proclo ex Peripatetici historia sint desumpti. Sed singula persequamur.

P. 157, 10 sqq. *τὸ μὲν οὖν διχοτομεῖσθαι τὸν κύκλον ὑπὸ τῆς διαμέτρου πρῶτον Θαλῆν ἐκεῖνον ἀποδεῖξαί φασιν.* Unde haec de Thalete, mathematico antiquissimo, fluxerunt nisi ex Eudemo? Pagina autem 157, 17 sqq. sequitur istius propositionis demonstratio per reductionem ad absurdum; quae demonstrandi ratio Milesio philosopho nondum erat nota[1]. Ergo ab Eudemo sub Thaletis saltem nomine memorari non potuit.

P. 211, 21—23 *ἣν* (sc. analyticam methodum) *καὶ ὁ Πλάτων ὥς φασιν Λεωδάμαντι παραδέδωκεν, ἀφ' ἧς καὶ ἐκεῖνος πολλῶν κατὰ γεωμετρίαν εὑρετὴς ἱστόρηται γενέσθαι.* Vocabulum *ἱστόρηται* quasi digito demonstrat Eudemi historiam.

P. 250, 20—251, 2 *τῷ μὲν οὖν Θαλῇ τῷ παλαιῷ πολλῶν τε ἄλλων εὑρέσεως ἕνεκα καὶ τοῦδε τοῦ θεωρήματος χάρις. λέγεται γὰρ δὴ πρῶτος ἐκεῖνος ἐπιστῆσαι καὶ εἰπεῖν, ὡς ἄρα παντὸς ἰσοσκελοῦς αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι εἰσὶν, ἀρχαϊκώτερον δὲ τὰς ἴσας ὁμοίας προσειρηκέναι.* Omnia haec ex Eudemo esse petita mihi persuasum est. Imprimis autem ultimam illam de prisco „aequi" nomine observationem ex fonte satis antiquo (et Eudemi fons antiquissimus erat Procli) nostrum protulisse nemo negabit opinor.

Idem observari potest de p. 283, 7 sqq., ubi haec leguntur: *τοῦτο τὸ πρόβλημα πρῶτον Οἰνοπίδης ἐζήτησε χρήσιμον αὐτὸ πρὸς ἀστρολογίαν οἰόμενος. ὀνομάζει δὲ τὴν κάθετον ἀρχαϊκῶς κατὰ γνώ-*

---

1) Cf. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, I² p. 234.



*μονα, διότι καὶ ὁ γνώμων πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ὁρίζοντι*[1]. Etiam p. 333, 5 sq. Proclus Oenopidis fecit mentionem, quem locum ex Eudemo esse depromptum iam vidimus.

P. 304, 11—305, 3 Proclus in medium profert theorema quoddam a Pythagoreis inventum. Quoniam autem p. 379, 2 sqq. et p. 419, 15 sqq. in Pythagoricis tradendis Eudemi usus est historia, equidem non dubito, quin haec quoque ex eodem sumpserit auctore.

Venimus nunc ad celeberrimum illud theorema, quod ipsi Pythagorae ascribi solet. Hunc autem in modum Proclus de illo loquitur (p. 426, 6 sqq.): *τῶν μὲν ἱστορεῖν τὰ ἀρχαῖα βουλομένων ἀκούοντας τὸ θεώρημα τοῦτο εἰς Πυθαγόραν ἀναπεμπόντων ἐστὶν εὑρεῖν καὶ βουθύτην λεγόντων αὐτὸν ἐπὶ τῇ εὑρέσει. ἐγὼ δὲ θαυμάζω μὲν καὶ τοὺς πρώτους ἐπιστάντας τῇ τοῦδε τοῦ θεωρήματος ἀληθείᾳ κτλ.* Ex quibus verbis, praesertim ex plurali *τοὺς ἐπιστάντας* apparet Proclo nondum esse persuasum traditionem illam vera referre. Ac primo quidem loco suspicionem movet bovis illud sacrificium; constat enim omnino talia a Pythagorae vitae institutis abhorrere, id quod Eudemum nequaquam latere potuit. Quapropter Proclo haec scribenti Eudemum auctorem fuisse omnino non credo. Accedunt alia. Diogenes Laertius haec de Thalete narrat[2]: *παρά τε Αἰγυπτίων γεωμετρεῖν μαθόντα φησὶ Παμφίλη πρῶτον καταγράψαι κύκλον τὸ τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ θῦσαι βοῦν.* Addit autem Diogenes haec: *οἱ δὲ Πυθαγόραν φασίν, ὧν ἐστιν Ἀπολλόδωρος ὁ λογιστικός.* Eudemi testimonium, quod hac in re plurimum valere posset, non attulit Diogenes. Quod bonam ob causam eum omisisse puto, nimirum quod Eudemus de isto sacrificio nullum fecerit verbum. Praeterea ex hoc Diogenis loco perspicuum est traditionem de sacrificio

---

1) Cf. de hoc loco Bretschneider, Die Geometrie und die Geometer vor Euklides, p. 65, et Cantor, l.l. p. 178.
2) Diog. Laert., ed. Cobet, p. 6.

a Pythagora facto minime constare. Hoc quoque incertum est, propter cuius propositionis inventionem Pythagoras bovem sacrificarit. Vid. Diog. Laert. ed. Cobet, p. 207; Plutarch., non posse suaviter vivi sec. Epic. 11; Plut. Sympos. VIII. Quae ambiguitas non facile esset nata [1]), si Eudemus de isto sacrificio esset locutus. Procli igitur ille locus, quem modo attuli, Eudemo abiudicandus est et iniuria vulgo adhibetur ad demonstrandum iam Eudemum contendisse theorema illud notissimum ipsius Pythagorae fuisse inventum. Unde autem Proclum haec sumpsisse sumamus? Fortasse memoria tenebat Apollodori distichon aut unum et alterum locum Plutarcheum.

Contra censeo ex Eudemo petita esse ea, quae p. 428, 7—429, 8 paulo longius Proclus disputat de duabus methodis triangulorum rectangulorum rationalium indagandorum, quarum altera Platoni, altera Pythagorae attribuitur. Sine ullo enim dubio Eudemus hanc rem in historia sua tractavit. Cf. etiam verba p. 429, 9: *ταῦτα μὲν οὖν ἔξωθεν προσιστορήσθω.*

Restat, ut quaestionem quandam satis intricatam adgrediamur. In secundo Procli prologo brevis extat de geometris, qui ante Euclidem floruerunt, commentatio, quae eximiam praebet utilitatem iis viris doctis, qui historiae mathematices operam dant. Unde autem hoc compendium (ut ita brevitatis causa illum locum, p. 65, 7—68, 4, nominem) Proclus desumpsit? Inter omnes viros doctos constat originem id ab Eudemi historia duxisse. Sed de hoc dubitari potest, utrum ipse Proclus Eudemum excerpserit (nam ipsa Eudemi verba hoc loco extare nemo, ut opinor, censet) an receperit epitomen, quae ab alio

---

1) Eam ortam esse ex disticho illo Apollodori logistici, quod apud Diog. Laert., p. 207 servatum est,

*Ἡνίκα Πυθαγόρης τὸ περικλεὲς εὕρετο γράμμα*
*κεῖν' ἐφ' ὅτῳ κλεινὴν ἤγαγε βουθυσίην*

egregie probavit Tannery (La Géom. Gr. p. 105).



quodam ex Eudemo esset facta. Non parvi autem hoc interesse, cum iste locus historicis tanti sit momenti, unicuique perspicuum est. — Tannery vero, licet totum caput quintum libri sui insumpserit ad nostrum locum Gemino assignandum, omnino non ostendisse mihi quidem videtur, cur de Gemino potissimum sit cogitandum. Persequamur singula. Locum aliquanto maiorem Tannery in disputatione sua complectitur, nimirum p. 64, 7—70, 18. Contendit autem periodorum illam doctrinam, de qua p. 64, 8—16 sermo est, Stoicam redolere philosophiam itaque eam a Gemino, qui Stoica placita sua fecisset, Proclum esse mutuatum. Quod si verum esset, Proclus in medium protulisset auctoritatem aut Gemini aut saltem *τῶν ἀπὸ τῆς Στοᾶς*. Quem vero hic auctorem se secutum esse Proclus indicat? Neminem alium praeter Aristotelem. Stagiritae ergo doctrinam hic suam facit; de Stoicis nullum verbum. — Deinde Tannery observat laudationem illam Euclidis (p. 69) in Procli orationis contextum minime quadrare, contra apud Geminum peropportune occurrere. Esto verum. Inde tamen non sequitur etiam catalogum illum mathematicorum veterum ex Gemino esse petitum. Sed equidem omnino non sentio, cur Proclus isto loco intempestive laudet Euclidem. Immo, quoniam Proclum admodum admiratum esse Elementorum scriptorem ex universis apparet commentariis (cf. cap. II), non est quod miremur huius admirationis documentum eum dedisse primo loco, ubi Euclidis iniceret mentionem. — Haec fere sunt, quae ad locum nostrum Gemino attribuendum attulit vir doctus. Plura — quaeque melioris notae videntur — observavit, ut demonstraret Proclum Eudemi opere hic non esse usum. Ego in hac quaestione dubius haereo. Gemini locum nostrum esse nulla res indicare mihi videtur. Sed dubito, utrum ipsum Proclum ex Eudemi historia excerptum fecisse statuam an catalogum illum ab alio eum scriptore desumpsisse. Quapro-

pter optimum mihi visum est proferre, quae ad ipsum Proclum tamquam huius epitomes auctorem relegare nos videantur, et ea, quae contra indicio nobis esse possint Proclum ab alio quodam nostrum locum esse mutuatum. Aliorum autem ingenio relinquo hanc quaestionem ad certum finem perducendam.

Primum observare velim verba *οἱ μὲν οὖν τὰς ἱστορίας* [1]) *ἀναγράψαντες μεχρὶ τούτου προάγουσι τὴν τῆς ἐπιστήμης ταύτης τελείωσιν* (p. 68, 4—6) quodammodo ipsum designare Proclum Eudemi opus usque adhuc in usum suum convertentem. Deinde acuta est Tannerii observatio catalogi nostri auctorem originem Euclidis Elementorum diligenter indagare (v. p. 66, 8; p. 66, 20 sq.; p. 67, 14; p. 67, 22 sq.). Quod mihi optime in Proclum cadere videtur. Etiam quod Democriti, viri de arte mathematica optime meriti [2]), nomen neglegitur, Procli culpa id factum esse veri simile reddiderunt Allman [3]), Cantor [4]).

Nihil vero obstat, quominus sumamus ex Eudemi historia brevitatis causa compendia a posteris esse composita, sicut Theophrasti opus persaepe esse excerptum Dielsii Doxographorum Prolegomena nos docent; tale autem compendium Proclo hoc loco ad manum fuisse, neque ergo ei fuisse causam, cur ipse operam daret, ut totius Eudemi libri summam paucis verbis comprehenderet. Stilus certe totius loci nihil habet, quare Proclum eum scripsisse putemus. Verba autem: *οὐ πολὺ δὲ τούτων νεώτερός ἐστιν Εὐκλείδης ὁ τὰ στοιχεῖα συναγαγὼν καὶ πολλὰ μὲν τῶν Εὐδόξου συντάξας, πολλὰ δὲ τῶν Θεαιτήτου τελεωσάμενος, ἔτι δὲ τὰ μαλακώτερον δεικνύμενα τοῖς ἔμπροσθεν εἰς ἀνελέγκτους*

1) Quomodo pluralis hic numerus accipiendus sit, optime exposuit Tannery l.l. p. 73—74.

2) Vid. Diog. Laert., ed. Cobet, p. 238—239. Cic. de fin. bon. et mal. I, 6, 20. Clem. Alexandr. Strom. I, 357.

3) Greek Geometry from Thales to Euclid, p. 79.

4) L.l. p. 180—181.



*ἀποδείξεις ἀναγαγών* (p. 68, 6 sqq.) aliquatenus nobis pariunt molestias. In Eudemo enim haec inveniri non potuerunt, quoniam Peripateticus Euclidem aetate antecedebat. Cum vero horum verborum delectus mirum in modum cum praecedentibus congruat, uni eidemque auctori omnia illa deberi perspicuum est. Fieri sane potuit ut Proclus, in Euclidis Elementis satis versatus, cum Eudemi historiam sedulo perlegeret, plura in Elementis Eudoxo et Theaeteto deberi observarit. Sed veri similius videtur excerptorem illum, de quo modo locuti sumus, Eudemum explevisse, quod idem praestiterunt ii, qui Theophrasti operis compendia fecerunt. Postremum observandum est de Platone tamquam methodi analyticae inventore nullam fieri mentionem in nostro catalogo. Quem si ipse Proclus conscripsisset, istam rem silentio omnino non praeteriisset, ut opinor, quoniam magni ei videbatur momenti Platonis illud inventum, ut ex p. 211, 20 sqq. luculenter apparet [1]).

1) Tannery duos praetera locos arcessivit, ut comprobaret Eudemi opere Proclum nostro loco non esse usum. Quae enim apud Proclum inveniuntur de origine artis mathematicae (p. 64, 18 sqq.) ex Eudemo petita esse negat, diversam enim hac de re esse sententiam Aristotelis (vid. Metaphys. I, 1), huius autem vestigiis Eudemum institisse videri. Mihi vero verba *παρὰ τῶν πολλῶν ἱστόρηται* (p. 64, 19) indicio esse videntur Eudemum de ista quaestione multorum scriptorum, v. c. etiam Herodoti, testimonia attulisse, inter quae illud quoque, quod apud Proclum legitur, extabat. — Deinde contendit vir doctus locum p. 70, 1—18, ubi de Euclidis opusculo, quod *Ψευδάρια* inscribebatur, sermo est, luce clarius demonstrare Proclum aliena verba referre. Nam opusculi istius bis tantum mentio fit apud scriptores totius antiquitatis; nimirum apud Alexandrum Aphrodis. in Arist. de Sophisticis Elench., p. 25, B et fortasse apud scholiastam in Plat. Theaet., 191 B. Quis ergo credere possit illud etiam Procli aetate extitisse, cum praesertim nusquam alibi Proclus eius mentionem fecerit? — Etiam Heiberg censet Pseudaria Procli aetate iamdudum evanuisse. Quibus cum viris facere nequeo. Totius enim loci contextus indicare mihi videtur Proclum istud opusculum cognitum habuisse. Videantur imprimis verba *καὶ τοῦτο δὴ τὸ σύγγραμμα, δι' οὗ τὴν παρασκευὴν ἡμῖν ταύτην ἐντίθησι, Ψευδαρίων ἐπέγραψεν, τρόπους τε αὐτῶν ποικίλους ἐν τάξει διαριθμησάμενος καὶ καθ' ἕκαστον γυμνάσας ἡμῶν τὴν διάνοιαν παντοίοις θεωρήμασι καὶ τῷ ψεύδει τὸ ἀληθὲς παραθεὶς καὶ τῇ πείρᾳ τὸν ἔλεγχον τῆς ἀπάτης συναρμόσας* (p. 70, 10—14). Numquam Proclus tali ratione huius opusculi mentionem fecisset, si eius aetate fuisset intermortuum, sed aut

Haec fere sunt, quae de nostro loco observare velim, ut ita aliis viam ad hanc quaestionem ad certum finem perducendam patefaciam. Nam equidem, quamquam magis me inclinatum esse confiteor ad illam ex Eudemo epitomen non ipsi Proclo sed excerptori alicui attribuendam, tamen pro certo id statuere non ausim.

Iamque omnia fragmenta ex Eudemi historia, quae in Procli latent commentariis, indicasse mihi videor. Etiam apud alios scriptores vestigia nonnulla istius operis inveniuntur, quae a Spengelio sunt collecta. V. Spengel, Eudemi Rhodii Peripatetici Fragmenta, 1870, p. 113 sqq. Nunc ergo pauca quaedam de ipso Eudemi opere sunt observanda. Tannerii est sententia Eudemum in historia geometriae scribenda more scholae Peripateticae ordinem materiae servasse, itaque eum egisse primum de puncto, deinde de lineis, de plana superficie, de angulis, etc. Ad quam suspicionem comprobandam hunc Procli locum attulit v. d. (p. 125, 6 sqq.): *τριῶν δὲ δοξῶν οὐσῶν περὶ τῆς γωνίας Εὔδημος μὲν ὁ περιπατητικὸς βιβλίον περὶ γωνίας γράψας ποιότητα αὐτὴν εἶναι συνεχώρησεν. γένεσιν γὰρ γωνίας ἐπινοῶν οὐκ ἄλλην εἶναί φησιν ἢ τὴν κλάσιν τῶν γραμμῶν — εἰ δὲ ἡ εὐθύτης ποιότης καὶ ἡ κλάσις ποιότης — ἐν ποιότητι οὖν ἔχουσαν αὐτὴν τὴν γένεσιν πάντως εἶναι ποιότητα.* Illum autem de angulo libellum partem historiae geometriae fuisse contendit vir doctus. Mihi vero totus loci contextus indicare videtur de separato quodam opusculo, quod cum historia geometriae nullo vinculo esset coniunctum, hic esse sermonem. Si enim huius operis fuisset pars, numquam, ut opinor, Proclus, qui p. 352, 15 Eudemi geometriae historiam nominatim afferat, verbis *βιβλίον περὶ γωνίας γράψας* usus esset, quae non partem alicuius operis designant

omnino de eo tacuisset aut addidisset dolendum esse, quod opus tam utile non iam adiri posset. Qua in re tenendum est Proclum apud discipulos suos verba facere.



sed opusculum quantulumcumque per se solum omnibus absolutum numeris. Hoc quoque tenendum est, Eudemum in isto *περὶ γωνίας* opusculo ipsius proprium aliquid in medium protulisse, quae res in opus historicum minus quadrat. Iusto autem difficilius munus suum reddidisset Peripateticus, si istum ordinem in libro conscribendo servasset; nam rerum mathematicarum historiam tali ratione non facile scripserit quispiam. Nam minime miror equidem, quod Cantor in praeclaro opere materiae dispositionem, quam Eudemo obtrudere vult Tannery, non est secutus. — Nonne etiam catalogus ille, de quo modo egimus, et locus quidam apud Simplicium, ubi haec leguntur: *ὥστε καὶ τὸν Εὔδημον ἐν τοῖς παλαιοτέροις αὐτὸν* (sc. Hippocratem) *ἀριθμεῖν* [1]) indicant, temporum potius ordinem ab Eudemo esse servatum?

Ut iam supra diximus, multa nos docet fragmentum illud Eudemeum a Simplicio servatum de ratione, qua Eudemus historiam suam composuit. Liceat mihi in memoriam revocare haec Simplicii verba: *διὰ τὸν ὑπομνηματικὸν τρόπον τοῦ Εὐδήμου κατὰ τὸ ἀρχαϊκὸν ἔθος συντόμους ἐκθεμένου τὰς ἀποδόσεις.* Ex quibus verbis apparet Eudemum in brevius redigere, quae apud antiquiores mathematicos invenisset, solitum esse. Nonnumquam autem eum ad verba eos exscripsisse [2]) ex alio loco Simpliciano, p. 66, 16 sq., perspicuum est, ubi Dielsii conferatur adnotatio [3]). Porro multis ex locis concludi potest Eudemum saepius demonstrationes vel constructiones, quae ad summam rei, quam referrent, minus pertinerent, omisisse. V. Simpl. p. 63, 19 sqq.; p. 64, 25 sqq. Cf. etiam Useneri commentatio, a Dielsio Praefationi editionis Simplicii addita, quae

1) Simplic. in Arist. Phys. comm. ed. Diels, p. 69, 23 sqq.
2) Cf. Allman, Greek Geom., p. 208, adn. 5.
3) Si Eudemus demonstrationem istam communicasset, haud dubie Simplicius eius mentionem fecisset.

est „de supplendis Hippocratis quas omisit Eudemus constructionibus". Elegans autem Useneri constructio lineae, cuius quadratum $\frac{3}{2}$ quadrato radii aequalis est[1]), nos docet Eudemum nonnumquam constructiones satis intricatas et difficiles lectorum ingenio inveniendas reliquisse. At semper eas affert demonstrationes — etiamsi multo sint faciliores intellectu — quae arte cum capite rei cohaereant; v. v. c. p. 63, 1—11[2]).

---

1) Manifestum est Eudemi, non Simplicii culpa hanc demonstrationem non ad nos pervenisse. Simplicius enim saepe res quam maxime elementarias explicandas esse putat et illustrandas propositionibus ex Euclidis Elementis petitis (cf. Simpl. p. 60, 29 sqq.).

2) Iniuria Tannery hunc locum ipsi assignavit Simplicio.

# CAPUT VI.

---

Iam ad Geminum pervenimus, Procli commentariorum fontem uberrimum, cuius auctoritatem Proclum saepissime esse secutum vel hinc apparet, quod Brucaeus olim putavit Geminum Procli fuisse praeceptorem[1]). Praesertim autem in prima commentariorum parte Gemini opere usus est, quamquam in altera quoque parte Stoici observationes data facultate in suum usum conferre minime neglexit. Magnopere ergo nostra interest scire, quo tempore Geminus, primarius ille Procli commentariorum fons, vixerit. Hic autem quaestionem adgredimur satis impeditam, in qua solvenda iam multi viri docti vires experti sunt. Ut enim notum est, praeter opus mathematicum sub Gemini nomine fertur etiam astronomicus libellus, qui inscribitur *Εἰσαγωγὴ εἰς τὰ Φαινόμενα*. Sed aliud praeterea opus commemorare videtur Simplicius in Comm. in Ar. Phys. ed. Diels p. 291, ubi haec extant: *ὁ δὲ Ἀλέξανδρος* (sc. Aphrodisiensis) *φιλοπόνως λέξιν τινὰ τοῦ Γεμίνου παρατίθησιν ἐκ τῆς ἐπιτομῆς τῶν Ποσειδωνίου Μετεωρολογικῶν ἐξηγήσεως τὰς ἀφορμὰς ἀπὸ Ἀριστοτέλους λαβοῦσαν. ἔχει δὲ ὧδε*; sequitur excerptum ex Gemino satis longum; deinde

---

1) Cf. Schmidt, Philol. tom. 42, p. 86. — Falsam hanc opinionem fuisse causam, cur Proclo Sphaera illa, de quo opusculo iam cap. I egimus, attribueretur, egregie observavit Manitius (in praef. ed. Gem. Isag., p. XXV).

haec addit Simplicius: *οὕτω μὲν οὖν καὶ ὁ Γεμῖνος ἤτοι ὁ παρὰ τῷ Γεμίνῳ Ποσειδώνιος τὴν διαφορὰν τῆς τε φυσιολογίας καὶ τῆς ἀστρολογίας παραδίδωσιν ἀπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους τὰς ἀφορμὰς λαβών.* Eiusdem operis fecit mentionem Priscianus (± 530 p. C. n.), qui in prooemio Solutionum ad Chosroem haec dicit: „usi quoque sumus utilibus, quae sunt ex commento Gemini Posidonii *περὶ μετεώρων.*"

In astronomico autem illo libro, qui inscribitur Isagoge, inest locus quidam, qui facultatem praebet indagandi, quo tempore floruerit Geminus. Notissimum illum specto locum de diebus festis Isidi dedicatis; v. Manit. ed. Gem. p. 108 (cap. VIII, § 20 sqq.). Ex quo loco olim Petavius [1]) satis prolixa instituta computatione effecit anno 77 a. C. n. illa de Isidis festis esse scripta. Paulo accuratius Boeckh [2]) inter annos 73 et 70 a. C. n. istum locum scriptum esse statuit. Qua cum re bene congruit alia virorum doctorum opinio, secundum quam Geminus Posidonii, celeberrimi Stoici, erat discipulus. Ad quam sententiam comprobandam afferunt locum Simplicianum supra laudatum. Praeterea Stoicum — et Posidonius quoque erat Stoicus — fuisse Geminum multis ex locis Procleis [3]) aliisque apparet.

Usque adhuc omnia bene se habent. Optimo vero iure Blass in commentatione „De Gemino et Posidonio, 1884" observavit permirum esse — ne gravius quid dicatur — in Isagoge a Posidonii discipulo composita nusquam Posidonium esse nominatum, cum tamen multa eius placita in isto libello inesse manifestum sit collato Cleomedis opere, cui titulus *κυκλικὴ θεωρία μετεώρων*. Nam Cleomedes saepe indicat se Posidoniana referre; vid. ind. nominum s. v. *Ποσειδώνιος* editionis Cleomedis

1) Petau, Uranolog. p. 410 sq.
2) Boeckh, Ueber die vierjährigen Sonnenkreise der Alten, p. 200 sqq.
3) Cf. Tittel, De Gemini Stoici Studiis mathematicis, p. 32 sqq.



a Zieglerio anno 1891 in lucem editae. Blass igitur operam dat, ut Isagogen cum Gemini opere a Simplicio allato connectat. De quo loco Simpliciano, antequam Blassii sententiam excutere pergamus, nunc paulo fusius agendum videtur.

Nam minime facile est intellectu, de quonam Gemini opere apud Simplicium sit sermo. Brandes [1]) pro vocabulo *τῶν* legere vult *τῆς*, putat enim Geminum epitomen fecisse ex Posidonii opere, cui titulus esset *Μετεωρολογικῶν ἐξήγησις*. Quae Brandesii sententia optime est refutata a Boeckhio [2]). Salva enim lingua Graeca ea ratione loqui non licet; dicendum erat certe *ἐκ τῆς ἐπιτομῆς τῆς Ποσειδωνίου* Μ ε τ ε ώ ρ ω ν *ἐξηγήσεως*, sed ne hic quidem titulus secundum Boeckhium bene se haberet, vocabulum enim *ἐξήγησιν* commentarium potius in aliquod opus significare, non vero expositionem vel eiusmodi quid. — Boeckhii autem est sententia Geminum commentarium in Posidonii opus *περὶ Μετεώρων* scripsisse; qui commentarius cum nimis spissus evasisset liber, ipsum Geminum ex eo epitomen fecisse, de hac autem epitome apud Simplicium esse sermonem. — Aliam viam iniit Schmidt [3]), qui vocabulum *ἐξήγησιν* non cum praecedentibus sed cum sequentibus coniungit verbis, ita ut uno tenore sit legendum: *ἐξηγήσεως τὰς ἀφορμὰς ἀπὸ Ἀριστοτέλους λαβοῦσαν.* Quod utinam verum esset! Ita enim molestissimo *ἐξηγήσεως* vocabulo liberaremur et opus illud Geminianum nihil aliud esset nisi epitome ex Posidonii Meteorologicis. Sed verum omnino non vidit Schmidt. Etenim quominus ei adstipulemur obstant ultima verba, quae Geminianis addidit Simplicius [4]): *οὕτω μὲν οὖν καὶ ὁ Γεμῖνος ἤτοι ὁ παρὰ τῷ Γεμίνῳ Ποσειδώνιος τὴν*

1) Brandes, Ueber das Zeitalter des Astronomen Geminos und des Geographen Eudoxos, Neue Jahrbb. für Phil. 13 Suppl. bd. 1847, p. 203.
2) Ueber die vierjährigen Sonnenkreise der Alten, p. 13.
3) Philolog. tom. 42, p. 94 sqq. et Philol. tom. 45, p. 67—70.
4) Cf. Manit. edit. Gem. Isag. 1898, p. 241.

διαφορὰν τῆς τε φυσιολογίας καὶ τῆς ἀστρολογίας παραδίδωσιν *ἀπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους τὰς ἀφορμὰς λαβών*. Ibi enim nomina τὰς ἀφορμάς nuda sunt posita non addito vocabulo ἐξηγήσεως. Multo autem magis obstat vocabulum „commentum" in illo loco ex Prisciano allato. Quo vocabulo barbara profecto Latinitate[1]) nomen Graecum ἐξήγησις redditum esse unicuique, ut opinor, est perspicuum. Iniuria ergo Schmidt ἐξηγήσεως vocabulum ex titulo operis Geminiani sustulit. — Boeckhii vero opinio plerisque viris doctis[2]) probatur; etiam Manitius, qui ultimus hac de quaestione verba fecit, cum Boeckhio sumit apud Simplicium sermonem esse de epitome a Gemino facta ex ipsius in Posidonii Meteorologica commentario[3]). Mihi vero nondum hac de re persuasum est. Quod idcirco moleste fero, quod nullam novam loci Simpliciani explicationem habeo, quam proponam. Boeckhii autem sententiae adversari mihi videtur clausula illa loci Simpliciani, ubi haec leguntur: οὕτω μὲν οὖν καὶ ὁ Γεμῖνος *ἤτοι ὁ παρὰ τῷ Γεμίνῳ Ποσειδώνιος*. Simplicius ergo censet illa, quae modo ex Gemino rettulit, non Gemini deberi ingenio sed Posidonii doctrinam continere. Si autem commentarium in Posidonii Meteorologica scripsisset Geminus, aliis verbis usus esset Simplicius, cum in excerptorem potius id cadat, non in commentatorem, quippe qui varias doctrinas scriptoris, quem commentatur, illustret, explicet, minime vero longas disputationes sine ulla mutatione ex eo exscribat. An putamus, cum locus quidam ex Simplicio, Aristotelis commentatore notissimo, nobis ante oculos ponatur, Aristotelis nos legere verba, quod Simplicius Stagiritae opera sit

---

1) De Prisciano cf. Manit. l.l. p. 250—251.

2) Dielsio quoque, quippe qui suo iure inserat voculam τῆς, ita ut hunc in modum sit legendum: ἐκ τῆς ἐπιτομῆς *τῆς* τῶν Ποσειδωνίου Μετεωρολογικῶν ἐξηγήσεως.

3) Boeckh, l.l. p. 13—14.



commentatus? Minime, ut opinor. Itaque credibile non est Simplicium totum illum locum ad Posidonium tamquam verum auctorem relaturum fuisse, si revera Gemini operi fuisset titulus ille, quem commentus est Boeckh. Quapropter commentarium illud Gemini opus fuisse non credo. Accedit quod mirum in modum mihi, ut olim Schmidtio[1]), hoc in Boeckhiana displicet sententia, quod sumit ipsum Geminum ex suo in Posidonii Meteorologica commentario fecisse epitomen; mirum enim et insolitum opus mihi videtur ista commentarii epitome ab ipso commentatore scripta. — Itaque summa rei huc redit me omnino nescire, quid de illo Simplicii loco statuam nisi hoc: verum nondum videri repertum!

Sed ad Blassianam disputationem revertamur. Censet Blass illum Simplicii locum non relegare nos ad Gemini commentarium in Posidonii Meteorologica scriptum sed ad epitomen a Gemino ex Posidonii Meteorologicis eo compositam consilio, ut daret expositionem (ἐξήγησιν) phaenomenorum. Pristinum titulum talem fere fuisse suspicatur: Γεμίνου ἐκ τῶν Ποσειδωνίου Μετεωρολογικῶν ἐξήγησις τῶν Φαινομένων. Textum autem Simplicianum postquam ita mutavit, ut legeret ἐκ τῆς *ἐπιτομῇ* τῶν Ποσειδωνίου Μετεωρολογικῶν ἐξηγήσεως, deinde contendit Blass hanc epitomen et Isagogen illam idem prorsus esse opus, Isagogen vero non ad nos pervenisse, qualis a Gemino esset conscripta, sed multo breviorem atque hic illic mutilatam, quoniam excerptum tantum ex Gemini opere nobis sit servatum; ex qua re bene explicari cur locus ille, qui apud Simplicium extet, in Isagoge, sicut ad nos pervenerit, non occurrat. Quid autem ita lucramur? Bene nunc intellegi potest Posidonii in Isagoge nusquam esse factam mentionem. In titulo enim expositum erat totum opus excerptis ex Posidonio factis esse

---

1) Philol. tom. 45, p. 67.

compositum (Γεμίνου ἐκ τῶν Ποσειδωνίου κτλ.). — Itaque, si Blassio credimus, cum Posidoniana tantum contineat Isagoge, locus ille, quo Petavius in computatione sua est usus, nihil nos docet de Gemino; Posidonii aetas, non Gemini, ex hoc loco effici potest. Geminum vero secundo post Christum natum saeculo paulo ante Alexandrum Aphrodisiensem vixisse contendit Blass.

En Blassii sententia! Quam falsam esse egregie demonstratum est a Tannerio [1]) et a Manitio [2]). Certum enim iis praebuit argumentum quod in Isagoge multae insunt res astronomicae, quae aut Posidonio omnino incognitae erant aut doctrinam quandam complectuntur a Posidoniana quam diversissimam. Quapropter Blassiana opinio omnino reicienda videtur. Hanc autem ob causam eius paulo fusius feci mentionem, quod Blass optime de nostra quaestione mihi meritus esse videtur hisce duabus observationibus in medium prolatis: Primum ostendit artum vinculum intercedere inter Isagogen et Cleomedem, i. e. Posidonium; deinde acute significavit in vulgari opinione hoc omnino esse mirificum, quod discipulus Posidonii in Isagoge nusquam magistri sui auctoritatem in medium protrahat, cum saepe eius doctrinas in suum usum conferat.

Prorsus diversa ratione quaestionem nostram ad certum perducere finem conatus est E. Martini [3]). Cuius opus mihi non praesto fuit. Sed Manitius l.l. p. 245—246 contra Martinii disputationem argumenta attulit tam gravia, ut mihi quidem persuasum sit a Martinio quoque verum nondum esse detectum. Contra admodum mihi arridet coniectura Manitii, quam

---

1) La Géom. Gr. p. 29—36.
2) Manitius: »Des Geminos Isagoge", in Commentationibus Fleckeisenianis (Leipzig 1890) p. 102; cf. etiam Manitius ed. Gem. Isag. (1898), p. 243.
3) E. Martini, Quaestiones Posidonianae.



de Isagoges proposuit origine [1]). Contendit Manitius scriptorem quendam quarti vel quinti post Chr. n. saeculi ex illo Gemini opere, quod apud Simplicium afferatur, excerptum fecisse ita, ut hic illic proprias nonnullas insereret observationes; hac deinde ratione ortam esse Isagogen nostram. Atque profecto multae sic magnaeque tolluntur difficultates. Etenim et optime nunc intellegimus, cur Posidonii nusquam occurrat nomen, et vero crebri errores, qui Posidonii discipulo imputari omnino non poterant, rectissime ipsi nunc attribuuntur excerptori, qui haud raro de suo nonnihil addiderit. Etiam secundum Manitium bene explicari nunc potest, cur Isagoge ab antiquis non semper Gemino sit attributa. Arabici enim Ptolemaei istud opusculum fuisse putant; Sphaera, quam epitomen ad verbum factam ex Isagoge esse iam diximus, Proclo attribuitur. Quod cum nullo modo fieri potuisset, si sub Gemini nomine Isagoge ferretur, contra istis erroribus haud dubie erat locus, si sumimus Isagogen, quippe quae compendium esset ex Gemino factum, hunc fere in modum olim esse inscriptam: ἐκ τῶν Γεμίνου πρὸς εἰσαγωγὴν εἰς τὰ Φαινόμενα [2]). Praeterea egregium argumentum ad sententiam suam corroborandam hinc petiit Manitius, quod Isagoge nondum nota erat iis viris doctis Alexandrinis, qui tertio post Chr. n. saeculo μικρὸν illum ἀστρονομούμενον composuerint. — Porro Manitius Boeckhii illam computationem aetatis Gemini immutatam servari posse contendit, Isagogen enim, quae a Gemini in Posidonium commentariis in epitomen redactis ortum duxerit, Geminianis esse repletam itaque locum illum de Isidis festis Gemino optimo iure vindicari.

Summam autem Manitianae disputationis dum grato animo

---

1) Manit. in edit. Gem. Isag. p. 246—248.
2) Hac certe in re me iudice dubitationi relinquitur locus. Nam cum excerptor ille multa quoque de suo addiderit, a probabilitate minime abhorret eum suum nomen ab oblivione hominum vindicasse.

amplector, hac una in re a viro egregio dissentire me profiteor, quod non credo, ut iam supra exposui, apud Simplicium sermonem esse de epitome ex Gemini in Posidonium *commentariis* ab ipso auctore composita. Non tamen quo Boeckhii illam computationem irritam factam esse censeam. Quale enim istud opus Geminianum fuerit quamquam prorsus nescio, hoc tamen statui potest, nisi fallor, Blassium falsum esse, cum sumat Geminum in isto opere Posidonii Meteorologica excerpsisse ergoque Posidoniana tantum et in eo et in Isagoge, quae inde fluxerit, occurrere. Multae enim in Isagoge insunt res, quae a Posidonii doctrina satis multum discrepant (cf. p. 92). Itaque, cum constet ipsi Gemino multa in Isagoge esse vindicanda, equidem nullus dubito, quin iste quoque locus, qui Petavio computationis suae ansam praebuit, ad ipsum sit referendus Geminum, praesertim cum a probabilitate omnino abhorreat Geminum istum de Isidis festis locum ex Posidonio exscripsisse nulla temporis mutati ratione habita.

Itaque (ut paucis verbis comprehendam meam de universa hac quaestione sententiam) plane facio cum iis, qui Geminum circiter annum 73 ante Chr. n. locum illum de Isidis festis scripsisse putant[1]; Isagogen autem quarto vel quinto post Chr.

1) Nonnulli viri docti ex nomine Gemini argumentum petierunt ad Petavii aetatis Geminianae computationem infringendam. In quorum numero Tannery quoque est, qui, dum contendit falsam esse lectionem Γεμῖνος, cum Latinum id sit nomen, fieri potuisse negat, ut scriptor Graecus, cui Latinum esset nomen, circiter annum 70 a. Chr. n. viveret. Itaque operam dat, ut Strabonis, cui et ipsi, licet Graece scriberet, Latinum erat nomen, Geminum aequalem fuisse demonstret. Ad quam sententiam comprobandam eundem, quem olim Petavius, locum adhibet; quem hic exscribere liceat: *ὑπολαμβάνουσι γὰρ οἱ πλεῖστοι τῶν Ἑλλήνων ἅμα τοῖς Ἰσίοις κατ᾽ Αἰγυπτίους καὶ κατ᾽ Εὔδοξον εἶναι χειμερινὰς τροπάς, ὅπερ ἐστὶ παντάπασι ψεῦδος. μηνὶ γὰρ ὅλῳ παραλλάσσει τὰ Ἴσια πρὸς τὰς χειμερινὰς τροπάς. ἐρρύη δὲ τὸ ἁμάρτημα ἀπὸ τῆς προειρημένης αἰτίας. πρὸ γὰρ ρκ' ἐτῶν συνέπεσε κατ᾽ αὐτὰς τὰς χειμερινὰς τροπὰς ἄγεσθαι τὰ Ἴσια. ἐν ἔτεσι δὲ τέτταρσι μιᾶς ἡμέρας ἐγένετο παράλλαγμα. τοῦτο οὖν οὐκ αἰσθητὴν ἔσχε παραλλαγὴν πρὸς τὰς κατ᾽ ἔτος ὥρας. ἐν ἔτεσι δε μ' ἡμερῶν δέκα ἐγένετο παράλλαγμα. οὐδ᾽ οὕτως αἰσθητὴν εἶναι συμβαίνει τὴν παραλλαγήν. νυνὶ μέντοι γε μηνιαίας γενομένης παραλλαγῆς ἐν ρκ' ἔτεσιν, ὑπερβολὴν οὐκ ἀπολείπουσιν ἀγνοίας οἱ διαλαμβάνοντες ἐν τοῖς Ἰσίοις κατ᾽ Αἰγυπτίους καὶ κατ᾽ Εὔδοξον τὰς χειμερινὰς τροπὰς εἶναι.* Censet autem Tannery numerum illum 120 annorum Geminum non ab auctoris cuiusdam testimonio esse mutuatum sed ipsum per computationem invenisse, cum numerum dierum 30 numero 4 multiplicaret. Praeterea vero contendit Geminum minime accurate esse ratiocinatum, cum παραλλαγή illa revera non 30 sed 40 esset dierum. Quorum 40 dierum accurate ratione habita ad annum 30 ante Chr. n. aetatem, qua Geminus istum locum scripserit, Tannery reduxit. Qua in re minime cum viro docto facere possum. Geminus enim de summa stupiditate eorum loquitur, qui non sentiant istam 30 dierum differentiam. Quae si revera 40 fuisset dierum, haud dubie Stoicus ipsum hunc numerum hoc loco in medium protulisset; ita enim multo etiam stupidiores, dummodo fieri id posset, fuissent isti homunculi. — Praeterea autem observandum est sine dubio lectionem traditam Γεμῖνος esse servandam, neque omnino de nomine Latino esse cogitandum, ut egregie demonstravit Schmidt lapidum testimonio, qui Γεμεῖνος nomen exhibent, adhibito.



n. ex Gemini libro, qui apud Simplicium affertur, esse ortam, id egregie mihi probasse videtur Manitius; quod vero attinet ad illud Gemini opus, de quo apud Simplicium est sermo, hac in re a communi virorum doctorum opinione dissentio; *commentarii* enim in Posidonii Meteorologica *epitomen* id fuisse non credo.

Nunc ad mathematicum Gemini opus nos convertamus, quod Proclus in commentariis suis persaepe adhibuit. Fuit cum putaret Manitius[1]) Geminum mathematicum non fuisse eundem atque Geminum illum, qui astronomicum conscripserit librum. Postea[2]) vero sententiam Manitius mutavit, a Tittelii praesertim de Gemino mathematico commentatione instigatus. Egregie enim Tittel[3]) demonstravit Geminum astronomicum eundem esse hominem atque Geminum mathematicum[4]). Itaque tute iam statuere licet primarium Procli commentariorum fontem — Gemini dico opus mathematicum — primo saeculo ante Chr. n. esse ortum. — Cuius operis qui titulus esset ex Proclo, qui more suo Gemini opus indicare neglexit (cf. cap. IV), di-

1) In Commentat. Fleckeisen. 1890, p. 102.
2) Gem. Isag. ed. Manitius 1898, p. 251.
3) L.l. p. 68 sqq.
4) Cf. etiam Cantor in Zeitschr. f. Math. u. Ph. 1891, H. L. Abth. p. 96—97.

scere nequimus; Eutocius vero eum nobis servavit: *ταῦτα μὲν οὖν ὁ Γεμῖνος ἐν τῷ ἕκτῳ φησὶ τῆς τῶν μαθημάτων θεωρίας* (Apoll. ed. Heiberg, vol. II, p. 170). Pappus alium affert titulum: *καθὼς καὶ Γεμῖνος ὁ μαθηματικὸς ἐν τῷ περὶ τῆς τῶν μαθημάτων τάξεώς φησιν.* Sed utramque inscriptionem ad idem Gemini opus esse referendam egregie demonstravit Tannery, qui me iudice optime exposuit universo Gemini operi titulum apud Eutocium memoratum (*θεωρία τῶν μαθημάτων*) esse vindicandum, alterum vero illum, quem Pappus nobis servavit, sectioni cuidam huius operis fuisse inscriptum [1]).

Hanc ergo *θεωρίαν τῶν μαθημάτων* quibus locis Proclus in suum converterit usum, iam in eo esse videtur, ut inquiramus. Sedulo autem omnes locos, quibus Proclum Gemino esse usum mihi persuasum erat, adnotaveram, cum mihi in manus venit Tittelii dissertatio, cui titulus est: „De Gemini Stoici studiis mathematicis, 1895." In quo libello Tittel, ut de Gemino mathematico iudicium ferre posset, omnia eius fragmenta colligere studuit. Ergo ea quoque Geminiana, quae in Procli latent commentariis, protrahere debuit. Ita autem quodammodo mihi praeripuit, quae hac de re in medium proferre mihi erat in animo. Attamen non supervacaneus meus fuit labor. Nam vir ille doctus magnum numerum locorum, ubi Geminum a Proclo esse adhibitum censet, non accurate pertractavit sed in Indice tantum, quem suo opusculo adiecit, indicavit a Gemino petitos eos sibi videri; deinde aliquot locos iniuria (ut mihi quidem videtur) Stoico attribuit; denique locos nonnullos, ubi me iudice haud dubie Geminiana extant, silentio praeteriit; itaque satis amplam mihi disputandi reliquit materiam. — Quapropter propositum mihi est hunc in modum de Procli locis disputare: Locos, quos Tittel recte demonstravit e Gemino esse desumptos,

1) L.l. p. 18—19.



indicabo tantum, nihil vero addam. Locos vero, quos Tittel nullis argumentis adhibitis Gemini esse in Indice indicavit et ego quoque Gemino attribuendos esse censeo, eos revera e Stoico esse depromptos demonstrare conabor. Etiam de locis, qui Tittelium fugerunt, disputabo. Postremum locos, quos iniuria Tittel Gemino assignasse mihi videtur, Stoico abiudicandos esse ut ostendam operam dabo.

Primum igitur eos locos excutiamus, quibus Proclus Geminum nominatim affert.

Locum, ubi de variis totius mathematices partibus agitur, p. 38, 4—42, 6, viri docti Schmidt [1]), Tannery [2]), Tittel [3]) ex Gemino a Proclo esse petitum certatim contenderunt. Neque hoc nego; p. 35—37 enim postquam explanavit Proclus, quot et quales partes in mathematica distinxerint Pythagorei, ita pergit (p. 38, 2 sqq.): *κατ' ἄλλον δ' αὖ τρόπον τὴν μαθηματικὴν τέμνειν τινὲς ἀξιοῦσιν, ὥσπερ καὶ Γεμῖνος, καὶ ποιοῦσι κτλ.* Cur hic Gemini potissimum fit mentio, nisi quod totam illam de mathematices partibus doctrinam ex Gemino desumpsit! Neque huic opinioni obstat, quod in fine nostri loci, p. 42, 6 sqq., ubi haec leguntur: *τοιαῦτα καὶ περὶ τῶν τῆς μαθηματικῆς μερῶν ὑπὸ τῶν παλαιῶν ἀναγεγραμμένα παρειλήφαμεν*, pluralis *παλαιοί* occurrit. Nam hoc vocabulo non Geminus tantum indicatur, ut opinatur Tittel l.l., sed etiam alter fons, ex quo Pythagoreorum est petita doctrina. Ceterum ex loci contextu apparet Proclum non ad verbum exscripsisse Geminum; v. *ποιοῦσι* (p. 38, 4), *διαιρεῖται* (p. 39, 8), *ἡ διαίρεσις* (p. 39, 15), etc. — Quae vero p. 41 de Heronis studiis mechanicis dicuntur, ea Proclum a Gemino mutuari non potuisse observare velim, quoniam Geminus Heronem aetate multum antecedebat, ut nuper

1) Philol. tom. 45, p. 74—79.
2) La Géom. Gr. p. 38—43.
3) L.l. p. 7—8.

a. v. d. Carra de Vaux est demonstratum (cf. cap. VII). Fortasse hic Pappi Synagoges libri VIII prooemium[1]) in suum contulit usum, fortasse ipse nullo fonte adhibito haec addidit. Contra quae p. 41 de Archimede observantur, ex Gemino fluxisse indicant verba Pappi, quae in octavo eius Synagoges libro leguntur p. 1026, 5 sqq. (ed. Hultsch).

P. 103, 21—107, 10. Totum hunc locum ex Gemino fluxisse egregie demonstravit Tittel l.l. p. 17—19.

Idem valet de p. 111, 1—113, 3. V. Tittel, p. 16—17.

Et de p. 117, 14—120, 12; v. Tittel p. 21—22. Ceterum hic observare velim p. 117, 22 sqq., ubi haec leguntur: δεῖ δέ, φησιν ὁ Γεμῖνος κτλ., ipsius Gemini extare verba; cff. quae in fine cap. IV probare sumus conati. Suspicor autem propter loci contextum usque ad p. 118, 23 Proclum Gemini verba immutata rettulisse.

Iam vides locos satis longos Proclum ex Gemino in suum opus transtulisse. Sed pergamus.

P. 176, 18—177, 23 Proclus ipse disertis verbis testatur ex Gemino se petiisse. Iure ergo Tittel p. 19 hunc locum Stoico tribuit; acute autem observat non omnia haec ex eadem Gemini libri parte esse electa. P. 32—33 libri sui Tittel etiam p. 176, 5—17 Gemino assignat; ad quam rem magis comprobandam afferre velim locum quendam ex Arabicis commentariis, sc. p. 121, ubi vide. Etiam p. 175 Proclum multa ex Gemino desumpsisse suspicor; nam cum ipse Geminus novam linearum parallelarum excogitarit definitionem, veri est simillimum eum prius de Euclidea definitione egisse. Postremum de ultimis nostri loci verbis sit sermo, quae haec sunt: τοσαῦτα καὶ ἀπὸ τῆς Γεμίνου Φιλοκαλίας εἰς τὴν τῶν προκειμένων ἐξήγησιν ἀνελεξάμεθα. Hoc loco cum commentarii in Euclidis definitiones

---

1) Papp. ed. Hultsch, p. 1024—1026.



finem habeant, Tannerii est opinio haec verba totam commentariorum partem, quae est de Euclidis definitionibus, spectare[1]). Quivis autem videt ad nostri libelli propositum plurimum interesse, utrum verum hoc sit necne. Etenim, si verum vidit Tannery, fere omnia in ista commentariorum parte Geminiana essent putanda. In qua quamquam saepe Proclum Gemini opus adhibuisse libenter concedo, tamen arbitror a vero aberrare Tannerium, ubi verba allata ad totam illam partem pertinere contendat. Me autem iudice haec verba ea tantum spectant, quae de parallelarum linearum definitione apud Proclum leguntur. Persaepe enim Proclus, ubi quaestionem aliquam absolvit, ut aptum imponat finem, addere solet talem clausulam a voculis τοσαῦτα (vel τοιαῦτα) καί initium habentem. V. v. c. p. 174, 17 sqq.; p. 164, 7 sqq. et passim. Sed fortasse aliquis dixerit nostro loco Gemini mentione Proclo minime opus esse, cum iam p. 176, 26 eum nominaverit. Cui responsum velim loco supra tractato, p. 38—42 dico, Gemini nomen iam esse indicatum (p. 38, 4), et tamen p. 42, 6 sqq. haec addi: τοιαῦτα καὶ περὶ τῶν τῆς μαθηματικῆς μερῶν ὑπὸ τῶν παλαιῶν ἀναγεγραμμένα παρειλήφαμεν. Accedit quod in commentariorum parte, quae Euclidis tractat definitiones, etiam alii scriptores a Proclo sunt adhibiti, Plato, Aristoteles, Philolaus, Pythagorei, Syrianus. Si ergo cum Tannerio facias, Proclus Gemino tantum se multa debere testatur, Syriani vero, magistri sui, nullam facit mentionem, cum alias magna semper sit erga magistros suos pietate. Quapropter illam clausulam ad commentarium in Euclidis linearum rectarum parallelarum definitionem tantum pertinere mihi persuasum est.

P. 178, 9—182, 4 Tittelium p. 22—23 suo iure Gemino tribuisse, ex verbis, quae p. 182, 5 sq. leguntur, apparet. Quae

---

1) L.l. p. 27.

vero inde sequuntur usque ad p. 183, 13 non sunt Geminiana, quippe quae aliorum referant sententias. Etiam quae p. 183, 6 sqq. leguntur satis discrepant a p. 184, 8—10, ubi Gemini affertur sententia. Locum vero p. 183, 14—184, 10 iterum Gemino Proclus debuit. Observandum est p. 184, 4—5 ipsa Gemini extare verba.

P. 185, 6—25 cum Tittelio (p. 23—24) Gemino attribuo.

P. 188, 3—11 quoque Gemini de postulatis et axiomatis refertur opinio.

Quae p. 192, 5—29 leguntur ex eadem Geminiani libri parte a Proclo sunt desumpta, ex qua p. 183—184. Toto autem loco indicato Geminiana extare certo certius apparet ex p. 192, 18 sqq., quae velim conferas cum p. 177, 19 sqq. (loco sine ullo dubio ex Gemino petito).

P. 200, 22—202, 25 e Stoici libro fluxisse certis argumentis adhibitis demonstravit Tittel p. 24—26. Tantum observare velim p. 202, 12 sqq. ipsa Gemini verba extare, si me sequeris, usque ad p. 202, 25.

P. 251, 4—11. Hunc locum Tittel in Indice tantum indicavit. Neque hercle longa est opus demonstratione ad eum Stoico attribuendum, cum Gemini nomen bis occurrat.

P. 277, 25—279, 11 Gemino recte attribuit Tittel p. 37. Iniuria vero contendere mihi videtur Geminum haec ex Posidonii libro contra Zenonem Sidonium scripto desumpsisse. Sed de hac quaestione infra. Ceterum p. 278, 12 demum Gemini fit mentio. Ex iis autem, quae cap. IV p. 71 observavimus, clare apparet nihil obstare, quominus etiam quae proxime praecedunt Gemini esse sumamus.

P. 394, 11—395, 2 et p. 395, 13—21 Gemino deberi exposuit Tittel p. 30—32. Quae p. 395, 2—7 leguntur ab ipso Proclo sunt addita. Exemplum autem illud propositionis topicae stereometricae (p. 395, 7—12) ego Gemino attribuo. P. 395, 13 sqq. Geminum rursus ad verbum exscripsit Proclus. Postremum in memoriam revocare velim Pappum in Synagoge paulo accuratius propositiones topicas distinxisse, cum adderet tertium quoddam genus, sc. τόπους γραμμικούς [1]). Pappum ergo hac in re non secutus est Proclus [2]). Quapropter etiam fit probabilius eum Geminum tantum de topicis consuluisse.



Hi omnes sunt loci, ubi Geminus a Proclo nominatim affertur. Multo autem saepius eum Stoici opus adhibuisse et per se credibile est et pro certo nonnumquam demonstrari potest. Perscrutemur singulos locos.

P. 33, 21—34, 1. Inter haec et ea, quae p. 192, 5—11 leguntur satis magna intercedit similitudo; eadem Aristotelis verba utrobique afferuntur. Quoniam autem posteriorem locum e Gemino fluxisse iam ostendimus, tantum non cogimur, ut hic quoque Geminiana nonnulla extare sumamus. Non tamen multa; nam Platonis locus, qui p. 34, 4 sqq. laudatur, non idem est ac locus a Gemino e Platone allatus (p. 192, 12 sq.). Porro — ut hoc in transitu observem — minime facio cum Tittelio, qui in Indice (p. 81) totum locum p. 32, 21—35, 16 dubitanter attribuat Gemino. Ipse hic loquitur Proclus, quod et alia demonstrant et imprimis quae p. 35, 7—16 leguntur.

P. 57, 9—58, 3. Hunc locum ad Geminum relegandum esse, id quod me fugerat, optime exponit Tittel p. 9.

De p. 72, 3—75, 4 Tittel nullum facit verbum; iniuria, ut ex Tannerii disputatione [3]) de hoc loco perspicuum est. Optime enim in Gemini opus quadrat vocabulorum στοιχείου et στοιχειώδους interpretatio. Accedit quod Menaechmi, cuius opus Procli aetate iam non extabat, opinio profertur. In iis autem,

1) Papp. ed. Hultsch, lib. VII, p. 662.

2) Nam Pappum in commentariis suis in Euclidem, dummodo omnino hanc rem ibi tractarit, eandem dedisse divisionem atque in Synagoge veri quam simillimum est.

3) L.l. p. 136.

quae p. 73, 15 sqq. leguntur, sermo est non solum de Euclide sed etiam de aliis Elementorum scriptoribus. Neque horum opera Proclo erant praesto, ut observavit Tannery l.l. p. 142. — Quod vero Tittel in Indice Gemino assignavit quae inde a p. 75, 5 usque ad p. 77, 2 leguntur, denuo fallitur vir doctus, nam Proclus ibi Aristotelicam de principiis geometriae doctrinam a Stoicorum placitis alienam refert. Sed p. 77, 2—6, ubi Stoicorum sententiae fit mentio, haud dubie a Gemino mutuatus est Proclus.

P. 77, 7—81, 4 exponitur, quomodo theoremata et problemata inter se differant. Quam quaestionem Gemino adamatam fuisse ex aliis commentariorum locis perspicuum est; v. p. 243; p. 200—202. Iure ergo Heiberg [1]), Tannery [2]), imprimis autem multis adhibitis argumentis Tittel [3]) hunc locum ad Geminum relegant. Quorum virorum doctorum disputationes referri minime opus est. Solum addere velim etiam Posidonii nomen, quod p. 80, 21 occurrit, quasi digito Geminum tamquam huius loci auctorem demonstrare. — Ceterum recte observasse mihi videtur Tannery p. 78, 13—79, 2, ubi et Speusippi et Menaechmi comprobantur sententiae, ipsius Procli esse additamentum. Non ita sentit Tittel; mihi vero dictio huius loci omnino Proclum prodere videtur. Vid. verba *τῆς εἰς ὕλην προόδου* [4]) p. 78, 18; *ὕλην νοητὴν* p. 78, 19 sq.; imprimis autem cff. p. 78, 22—25 et p. 79, 1, ubi vocabulum *φαντασία* ipsum designare Proclum ex iis, quae in Prolegomenis et in cap. I de Procli philosophia disputavimus, manifestum est.

P. 102, 22—103, 18 Gemini esse collatis iis, quae p. 111

---

1) Litterargeschichtliche Studien über Euklid, p. 62—63.
2) L.l. p. 137.
3) L.l. p. 26—29.
4) In memoriam revocanda est Procli formula ternaria *μονή, πρόοδος, ἐπιστροφή*.



ex Gemino desumpsit Proclus mihi persuasum est. Eandem enim nostro loco habemus doctrinam de diversis linearum generibus. Cff. imprimis p. 103, 4—6 cum p. 111, 4—6. Etiam Tittelium hunc locum Gemino adscribere ex Ind. p. 82 apparet.

P. 126, 7—127, 16. Hunc locum ex Gemino esse depromptum Tittel p. 40 contendit ibique addit se id alio loco esse demonstraturum. Cum tamen promisso non steterit vir doctus — nusquam enim in eius libello eiusmodi demonstratio invenitur — mihi paucis de hoc loco disputare visum est. P. 111 sq. igitur Geminus, dum diversa linearum genera enumerat, et aliis modis varias lineas distinguit et lineas simplicem (*ἁπλῆν*) et mixtam (*μικτήν*) inter se opponit. Eadem doctrina etiam p. 105—106 et 117—120 tangitur. Noster autem locus diversa angulorum genera tractat. Primo ergo iam aspectu haec ex Gemino esse petita suspiceris, qui postquam lineas varias distinxit, angulos quoque eadem ratione tractavit. Quae opinio nostro loco paulo accuratius inspecto ita confirmatur, ut dubitationi nullus relinquatur locus. Exponitur enim alios angulos simplicibus contineri lineis, alios mixtis, alios et simplici linea et mixta. Haec ergo divisio eidem debetur mathematico, qui p. 111 sq. de lineis simplicibus mixtisque egit. Quid quod p. 126, 14 sqq. ad rem quandam illustrandam exemplum ex astronomia arcessitur! Id enim in Geminum cadere ex initio huius capitis dilucide apparet.

P. 143, 5—11, ubi Posidonii *σχήματος* definitio refertur, Tittel iure ad Geminum relegat p. 38.

P. 159, 12—160, 9 iterum de lineis mixtis est sermo. Itaque hoc quoque loco Proclum Gemini opus ante oculos habuisse verisimile est. Etiam Tittel hunc locum in Indice indicat.

P. 162, 27—164, 6 eandem fere ob causam atque p. 126, 7—127, 16 Gemino attribuo. Nunc enim diversa *ἐπιπέδων σχημάτων* genera tractantur. Iam vidimus varia alicuius rei mathe-

maticae genera indagare Gemino adamatum fuisse. Accedit quod hic sermo est de iis figuris planis, quae aut lineis simplicibus aut mixtis aut utroque linearum genere comprehenduntur. En Stoici nostri deliciae!

P. 168, 4—12 et p. 169, 10—170, 12 rectissime a Tittelio p. 38 Gemino assignantur.

Etiam p. 187, 19—27 Gemini esse videntur; cf. Tittel, Ind. p. 82. De curvis enim lineis hic sermo est; de quibus cum Proclus agit, haud raro Gemini auctoritatem adhibere solet; v. v. c. p. 111—112; p. 176—177, etc. Praeterea si p. 187, 20 sq. conferas cum p. 111, 4—6, eadem fere vocabula utroque loco extare comperies.

P. 220, 7—222, 14; p. 244, 14—246, 12; p. 252, 5—254, 20. Tres hosce locos hanc ob causam coniunxi, quod arte inter se cohaerere videntur. Nullum de iis verbum fecit Tittel; in Indice tantum indicat se putare p. 244, 14—246, 12 Geminiana extare; de reliquo utroque loco ibidem se dubitare significat interrogandi signo addito. Itaque in eo est ut comprobemus, revera Proclum hos locos ex Gemino desumpsisse. Initium faciamus ab iis, quae p. 244—246 et p. 220—222 leguntur. Illic theoremata, hic problemata in varias dividuntur species. Eiusmodi distributiones Geminum in deliciis habuisse iam saepius observatum est. In memoriam autem revocare velim p. 177—181 et p. 201—202 nobis traditam esse Gemini doctrinam de differentia, quae est inter theoremata et problemata. Nonne ergo quam verisimillimum est Geminum, postquam exposuerit, quibus rebus theoremata et problemata inter se differant (sc. id fecit p. 177—181 et p. 201—202), in ipsorum theorematum problematumque naturam inquisivisse (quod nimirum nostro utroque loco invenitur)? Quid quod p. 220, 9 Amphinomi adhibetur auctoritas, cuius et p. 202, 11 et p. 77, 17 in illa de theorematis problematisque quaestione Stoicus fecit mentionem! Praeterea autem p. 221, 7—11 eadem occurrit doctrina, quae p. 178 profertur. Iam equidem non dubito et p. 220—222 et p. 244—246 Gemino nostro vindicare. — Nunc ad tertium locum, p. 252, 5—254, 20, nos convertamus. Hic de inversione theorematum (ut vulgo dicitur) agitur et varia enumerantur inversionis genera; quod ultimum iam quodammodo indicat Geminum. Sed etiam vides hoc quoque loco in theoremata inquiri, ergo arto eum cum iis, quae p. 244—246 extant, esse connexum vinculo. Deinde theorematum distributionem, quae p. 244—246 est exposita, nostri loci scriptor sedulo in suum usum convertit. Itaque, quoniam priorem locum ex Gemino esse desumptum iam constat, negari omnino nequit nostrum quoque locum (p. 252—254) eidem deberi auctori. Quod hac quoque re confirmatur, quod p. 254, 4—5 Amphinomi et Menaechmi fit mentio. Iam vidimus Gemino Amphinomi de theorematis problematisque doctrinam optime fuisse notam atque Stoicum plus semel eius auctoritatem protulisse. Cum autem Amphinomi opus Proclo certo certius non iam esset ad manum, nostro quoque loco aliunde desumere debuit Amphinomi dicta; unde vero nisi ex Gemino? Idem autem de Menaechmo observare licet, cuius de hac quaestione sententia p. 78, 9 sqq. a Gemino exponitur. — Itaque meo iure statuo tres nostros locos ex Gemino a Proclo esse desumptos, scilicet ex eadem operis Geminiani parte, ex qua p. 201—202 et p. 77—81 fluxerunt.



P. 239, 6—16. Tittelium fugit hunc locum Gemino deberi. Quod ita esse mihi quidem persuasum est. Ex p. 184, 5 sqq. enim apparet Gemini fuisse sententiam iniuria vulgo in axiomatum numerum referri illud: *δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν*, cum optime id demonstrari posset. Minime ergo nimiae audaciae crimen in me cadere arbitror, quod sumo Geminum non tantum enuntiasse, illam propositionem optime posse demonstrari,

sed etiam, ut clarius id indicaret, ipsam demonstrationem eum addidisse. Quam demonstrationem noster locus exhibet [1]; quapropter eum ad Gemini opus sine ulla dubitatione relego. Quod si quis censet eiusmodi demonstrationes a Gemini opere esse alienas (ita Tannerium putare ex iis, quae l.l. p. 27 disserit, conicias), inspiciat mihi locum ex Arabicis commentariis p. 119—133, ubi Gemini complures traduntur geometricae demonstrationes. Iam ad incitas se esse redactum ipse, ut opinor, concedet.

P. 301, 21—302, 13. In Indice hunc locum Gemino tribuit Tittel. Ego quoque hic Proclum Geminiana tradidisse censeo. Ex Pappo enim haec non sunt desumpta, quoniam Pappus in Synagoge p. 650 sqq. porismatum definitionem protulit ab ea, quae apud Proclum legitur, satis multum discrepantem. Aliunde ergo haec de porismatis petere debuit Proclus, si me sequeris ex eadem Gemini libri parte, ex qua illas de theorematis et problematis disputationes desumpsit. Non enim omnes propositiones aut theoremata sunt aut problemata, sed tertium quoque est propositionum genus quoddam, nimirum porismatum. Cum ergo Geminus de differentia ageret, quae est inter theoremata et problemata, non potuit quin etiam tertii istius propositionum generis exposuerit naturam. — At vocabuli *πόρισμα* duae extant in mathematice significationes quam diversissimae, quarum alterius — eam dico quam Proclus p. 301, 22—26 explanat — explicationi in ista de variis propositionum generibus parte operis Geminiani vix locum fuisse suspiceris. Tamen eam Geminum in ipsa ista operis sui parte eo consilio explicasse censeo, ne quis error ex ambigua *πορίσματος* nominis significatione oreretur. Itaque totum locum p. 301, 21—302, 13 ex una eademque sectione operis Geminiani fluxisse statuo.

---

1) In Arabicis quoque commentariis p. 25—27 extat. Heiberg vero locum Procleum in adnotationibus indicare neglexit.



P. 322, 4—323, 5 Gemini esse recte exposuit Tittel p. 38.

P. 330, 6—16. Collatis locis p. 220—222 et p. 253, 16 sqq. hunc quoque locum Gemino attribuo. Etiam hic problemata in varia dividuntur genera; quod in Gemini opus quadrare iam supra expositum est. Tittel quoque in Indice Gemino hunc locum assignavit. Sola p. 330, 9—13, ubi Gemini doctrina ad propositionem Euclideam, quam Proclus hic commentatur, explanandam adhibetur, ipsi Proclo deberi mihi videntur.

P. 355, 20—356, 16. Totum hunc locum hasce ob causas Gemino vindico. Hippiae Nicomedisque opera Proclo non iam erant ad manum, quapropter aliunde illa de utroque geometra desumere debuit. Geminus autem curvarum linearum, de quibus p. 356, 6 sqq. est sermo, saepius in opere suo fecit mentionem (cff. p. 111—112; p. 177, etc.). Quoniam autem quae p. 356, 6 sq. extant arcessita sunt ad ea, quae p. 355, 20—356, 6 leguntur, illustranda, verisimile est etiam hunc locum eidem deberi auctori. Quod eo quoque confirmatur, quod Geminus, ut ex Arabicis commentariis p. 119 sqq. apparet, operam dedit, ut tria illa linearum parallelarum *συμπτώματα* demonstraret. Iniuria ergo Tittel in Indice p. 356, 6—16 tantum Gemino attribuit.

Optimo iure Tittelium in Indice p. 364, 9—12 et p. 364, 20—365, 4 ad Geminum rettulisse ex iis, quae de loco p. 252—254 disputata sunt, manifestum est.

P. 426, 22—427, 8. Tittel hunc locum silentio praeteriit; iniuria, ut mihi videtur, propter verba quae p. 427, 3 sq. leguntur: *ἐνταῦθα γὰρ καὶ ἡ αἰτία φανερὰ γίνεται τοῦ καθολικοῦ δειχθέντος κτλ.*, quibuscum comparo locum haud dubie Geminianum p. 202, 22—25: *εἰ μὲν ἐπὶ μέρους αἱ ἀποδείξεις γίγνοιντο, οὔπω δῆλον τὸ αἴτιον, εἰ δὲ καθ' ὅλον καὶ ἐπὶ πάντων τῶν ὁμοίων, εὐθὺς καὶ τὸ διὰ τί γίγνεται καταφανές.* Iam vides utrobique plane idem dici. Prior autem locus quoniam Geminiana refert, etiam p. 426, 22—427, 8 meo iure Stoico assigno.

Iam omnes locos indicavi, ubi Proclum Gemini adhibuisse opus nullus dubito. Supersunt nonnulli, quos ex Gemino fluxisse suspicor quidem, non tamen pro certo affirmare ausim. Sunt autem hi:

P. 203, 1—207, 25 variae theorematis problematisque enumerantur partes. Eiusmodi aliquid Geminum tractasse veri est simillimum; vid. Tannery l.l. p. 147 sq. et Tittel in Ind. p. 83. Sed commentatores quoque antiquiores haud dubie hac de re egisse Tannerii acuta est observatio. Quapropter dubito, utrum ex Gemino an ex commentatore aliquo Proclum hunc locum deprompsisse statuam.

P. 254, 21—256, 8 de reductione ad absurdum in universum agitur; quodammodo autem hic quoque varia distinguuntur genera (v. p. 254, 24 sqq.). Quoniam vero in Gemini opere generales potius tractatas esse quaestiones et dividendi rationem Stoico admodum cordi fuisse iam comperimus, a probabilitate minime abhorret nostrum locum ex Gemino esse desumptum. Pagina autem 255, 12 sqq. Geminiana non extant, ut Porphyrii nomen indicat. Ne tamen totum nostrum locum ex Porphyrio petitum esse putes, admonet vocula *καί* (p. 255, 14). Itaque istud Porphyrii nomen nihil obstat quominus coniciamus, summam rei Proclum hic a Gemino esse mutuatum. „Coniciamus" dico; nam certis id argumentis demonstrari nequit. — Tittel autem de hoc loco nullum fecit verbum.

P. 303, 18—304, 10 variis modis porismata quae dicuntur distinguuntur. Quem locum non ipsi Proclo deberi ex hisce apparet vocabulis: *πολλαχῶς δὲ καὶ ἄλλως τὰ πορίσματα διαιρεῖν δυνατόν. ἀλλ' ἡμῖν γε ἀρκέσει καὶ ταῦτα πρὸς τὸ παρόν.* Vocabulum autem *διαιρεῖν* quodammodo Geminum tamquam huius loci auctorem designare ex iis, quae de Stoici nostri consuetudine iam disputavimus, perspicuum est. Quapropter dubitanter hunc locum, de quo Tittel tacet, Gemino attribuere velim.



P. 96, 17—23; p. 97, 6—11; p. 109, 21—110, 26; p. 114, 3—6; p. 114, 15—17; p. 116, 17—117, 13; p. 136, 2—17; p. 142, 9—143, 5 (hoc saltem loco Proclus haud dubie sua admiscuit). Omnes hos locos Tittel ideo vindicat Gemino, quod aliquatenus cum Definitionibus, quae sub Heronis feruntur nomine, cohaereant. In quibus Definitionibus multa inesse Geminiana persuasum est viro docto (Tittel, p. 59—62), qua in re in suum convertit usum Tannerii commentationem, quae in fine eius libri [1]) invenitur. Sed cum ipse Tannery postea [2]) professus sit illam de Definitionibus quaestionem ipsi sibi nondum absolutam videri iterumque eam esse tractandam, ego non ausim ea fretus affirmare Definitiones illas Geminianis esse refertas, sed num loci supra indicati revera Gemino sint attribuendi dubius haereo.

Postremum paulisper disputandum est de locis, quos Tittel iniuria mihi videtur Gemino attribuisse.

De locis p. 3, 1—10, 4; p. 18, 10—22, 9; p. 22, 17—25, 11 argumentari supersedeo, quoniam Tittel eos in Indice tantum indicavit addito interrogandi signo, ut ita se de illis dubitare significaret. Ipsi philosopho Neoplatonico, quippe qui plerumque Platonis placita sua faciat, philosophicas istas digressiones, quae nostris locis leguntur, esse attribuendas mihi persuasum est.

Tittel p. 43—45 operam dat, ut p. 25, 15—29, 13 Gemini esse demonstret. Inde vero a p. 26, 10 Proclus Aristotelis Platonisque refert doctrinas neque ullum ibi Gemini vestigium reperire potui. Nam cur p. 26, 27 sqq., ubi principia mathematica distinguuntur ab iis, quae ex illis concluduntur, Geminum potissimum designent, equidem non sentio. Cuiusvis

---

1) La Géom. Gr., chap. XIV.
2) Bulletin des Sciences mathématiques, 1893, p. 318.

mathematici eiusmodi observatio mihi videtur. Neque hercle locus p. 27, 12—28, 22 peculiarem quandam Gemini doctrinam refert. Contemplativa studia ceteris omnibus mirum quantum praestare, id Platonem Aristotelemve potius sapit quam Geminum. Inspiciat mihi Tittel v. c. primi Aristotelis Metaphysicorum libri prooemium. Idem autem in p. 29, 1—12 cadit. Et cum Proclus Aristotelis Platonisque, quorum operum intimam eum cognitionem habuisse iam in cap. I observavimus, sedulo nostro loco faciat mentionem, nullam video iustam causam, cur Proclum haec ex Gemino desumpsisse statuamus. Quapropter meo iure totum hunc locum a Stoico abiudico.

Etiam valde dubito, num quae p. 58, 10—61, 24 extant ex Gemino sint deprompta. Nam quod Tittel (p. 11—12) contendit exemplum parallelarum asymptotarum (p. 59, 1) Gemino adamatum fuisse, id etiam Proclum in deliciis habuisse in cap. X probabitur. Locutiones autem *πραγματεύεσθαι περί τι* et *ἐφάπτεσθαί τινος* Gemini potissimum stilum prodere non credo, quia Proclus quoque saepius usus est his vocabulis, ut apparet ex Indice, quem Friedlein Procli editioni adiecit.

Neque cum Tittelio facere possum, p. 146, 24—147, 5 in Indice Gemino assignante. Pythagoreorum haec est doctrina; quorum placita persaepe Proclum esse amplexum res est notissima. Haec igitur de suo addidit noster.

Tittel (p. 43—44) ad Geminum relegat p. 199, 3—11. Id quoque iniuria, ut videtur. Hoc enim loco sermo est de Ephecticorum et Epicureorum placitis quibusdam notissimis. Num Proclo, philosopho eruditissimo haec ex fonte aliquo desumere opus fuit? Minime, ut opinor; ipse has res cognitas habebat. Quapropter de Gemino hoc loco non est cogitandum.

Tittelium non recte in Indice p. 211, 1—213, 11 Gemino attribuisse ex iis, quae de hoc loco disputavit Tannery (l.l. p. 150), perspicuum est.



Ex iis, quae in cap. V disseruimus, apparet Tittelium iniuria p. 64, 8—69, 4 et p. 419, 15—24 Gemini esse contendere.

In cap. VII ostendemus Tittelium falsum esse, cum p. 196, 15 sqq. Gemino deberi censeat.

Item in cap. VIII demonstrabitur Tittelium iniuria locos p. 272, 1—10 et p. 396—397 Gemino assignasse; in capite autem IX idem de hisce locis: p. 241, 9—243, 13; p. 35, 21—36, 7; p. 100, 5—19; p. 114, 20—25; p. 121, 12—123, 13; p. 194, 20—195, 22; p. 199, 11—200, 3; p. 214—218 exponere mihi in animo est.

Tandem ad finem pervenimus. Hoc autem ex inquisitione nostra clare apparere opinor, magnam copiam locorum ex Gemino desumptorum occurrere in Procli commentariis. Ex quibus fragmentis aliquatenus mente concipere possumus, quale fere fuerit opus Gemini *θεωρία*. — Commodo autem eius, qui postea Geminiana fragmenta in lucem editurus est (quod mox futurum esse spero), quodammodo consulere me posse mihi videor Indicem huic capiti adiciendo omnes locos continentem, quos ex Gemino Proclum desumpsisse mihi persuasum est.

Egregie autem de Gemini opere disputavit Tittel l.l. p. 46—55 et p. 63—67. Solum addere velim Tittelium errare, ubi contendit (p. 63; p. 65) Geminum in libro suo aliorum tantum sententias inventaque recepisse atque tractasse, ipsius vero proprium aliquod inventum nusquam addidisse. Nam contrarium docet locus ex Arabicis commentariis p. 119—133 (ed. Besthorn et Heiberg), ex quo loco manifestum est Geminum operam dedisse, ut celeberrimi Euclidei linearum parallelarum axiomatis daret demonstrationem [1]). Praeterea nobis indicio est

1) Quodammodo ergo Geminus praecursor recentis illius geometriae non-Euclideae (ut ita dicam) vocari potest. Cf. Karagiamides, »Die nicht-Euklidische Geometrie vom Altertum bis zur Gegenwart."

hic locus, ubi Geminus totam illam primi libri Euclidei partem, quae est de lineis parallelis, retractavit, iniuria a Tittelio (p. 46) singularum propositionum demonstrandarum rationem a Gemino esse abiudicatam. Ceterum etiam ex alio Arabicorum commentariorum loco (p. 9), ubi de nova Gemini linearum parallelarum definitione sermo est, apparet Geminum interdum nova placita mathematica a se ipso excogitata in medium protulisse.

---

## INDEX

LOCORUM, QUOS PROCLUS EX GEMINI OPERE DESUMPTOS IN SUUM USUM CONVERTIT.







---

8

## CAPUT VII.

Ut Gemini opus Proclo in ea commentariorum parte, qua definitiones, postulata, axiomata primi Elementorum libri tractantur, princeps fuit fons, ita in altera parte, ubi propositiones interpretatur noster, saepe adhibuit priores in Euclidem commentarios, ut vel statim apparet ex loco iam supra allato (p. 200, 10 sqq., ubi commentarii in varias primi Elementorum libri propositiones incipiunt): .... *ἐπὶ τὴν ἐξήγησιν τραπώμεθα τῶν δεικνυμένων ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ, τὰ μὲν γλαφυρώτερα τῶν εἰς αὐτὰ γεγραμμένων τοῖς παλαιοῖς ἀναλεγόμενοι κτέ.*, nec non ex aliis locis, quibus *τῶν ἐξηγητῶν* inicit mentionem, v. c. p. 289, 11; p. 328, 16, etc. Quinam autem isti fuerint commentatores Proclus expressis verbis indicare more suo neglexit (cf. cap. IV, p. 68), sed hinc assequi possumus, quod Eudemo Geminoque exceptis in commentariis in propositiones horum praesertim afferuntur virorum nomina: Heronis, Porphyrii, Pappi, Apollonii. Ab Apollonio autem, summo geometra, commentatoris munus omnino esse alienum quivis concedet opinor. Optime vero id in ceteros, Heronem, Porphyrium, Pappum cadit, quod aliunde quoque confirmari infra ostendetur.

Hoc autem capite de Herone disputare mihi in animo est. Ante omnia igitur statuamus Heronem illum, quem Proclus



saepius commemorat, esse celeberrimum huius nominis mechanicum Alexandrinum. Nam duobus locis, p. 305, 24 et p. 346, 13, mechanici cognomen a Proclo additur eundemque p. 42, 10 indicari totus docet loci contextus; reliquis igitur tribus locis, ubi Heronis extat nomen (p. 196, 16; p. 323, 7; p. 429, 13), item de notissimo Alexandrino sermonem esse certum videtur. Quibus locis si Proclo cum magistro venerato res fuisset — nam in cap. I vidimus eum Alexandriae ab Herone quodam principiis mathematicis esse imbutum, — aliis profecto verbis fuisset usus [1]).

Heronem autem Alexandrinum circiter annum 100 a. Chr. n. floruisse olim communis erat virorum doctorum opinio, qui hoc apprime innitebantur argumento, quod Heronis operi cuidam praemissus est titulus: *Ἥρωνος Κτησιβίου Βελοποιικά*; unde collegerunt Heronem Ctesibii fuisse discipulum [2]). Sed nimium huic titulo tribui exposuit Diels in „Sitzungsberichte der kön. Preuss. Akademie der Wissenschaften," 1893, p. 106, adn. 5, qui ibidem recte observavit Latinorum vocabulorum, quae non raro in Heronianis operibus occurrant, ratione habita multo videri vero propius vixisse Heronem post Christum demum natum. Quae Dielsii sententia valde corroboratur eo, quod videmus — id quod primus animadvertit Tannery [3]) — Vitruvium, quem sub Augusto floruisse notum est, nusquam Heronis adhibere auctoritatem, licet saepe quaestiones cum mechanica arte coniunctas tractet. Gravissimo autem adhibito argumento v. d. Carra de Vaux pro certo demonstrasse mihi videtur graviter errare eos, qui anno 100 a. C. n. Alexandri-

1) Cf. cap. I, p. 41.

2) Vid. Martin, Recherches sur la Vie et les Ouvrages d'Héron d'Alexandrie, in: Mémoires présentés par divers savants à l'académie des Inscriptions et Belles-Lettres, tom. IV 1854, p. 22—23.

3) Bullet. des sciences mathématiques 1893, p. 317—318.

num floruisse putant. Ostendit enim vir doctus Heronem in Mechanicis de prelo, quod sua demum aetate esse inventum aperte significat Plinius [1]), tamquam de machina aequalibus suis notissima loqui [2]). Qua re cogimur, ut statuamus post Plinii demum aetatem vixisse Heronem. Itaque optimo iure is quoque vir doctus, qui nuperrime de Herone disseruit, eum non antea quam exeunte primo p. C. n. saeculo viguisse sumit [3]). Denique observare velim sic demum recte posse intelligi, quo modo factum sit, ut in mechanicis quaestionibus a Vitruvio Plinioque Ctesibii semper adhibeatur auctoritas, nusquam Heronis, Pappo vero et Eutocio ubique Heronem in talibus esse ducem.

Facile autem intellegitur sententiam, quam hucusque de Herone mechanico atque geometra tulerunt viri docti, stare nullo modo posse, postquam vidimus eum duobus fere saeculis postea vixisse, quam olim putabant v. d. [4]). Nam qui antea singulari ingenii fertilitate atque acumine videbatur fuisse praeditus, nunc quodammodo in compilatorum numerum detruditur, quippe qui multorum priorum mathematicorum nitatur studiis, et minus nunc miramur eum commentarios in Euclidis Elementa scripsisse. Quod commentandi munus a summo illo mechanico et geometra — qualem Heronem sibi fingebant viri docti — non poterat non videri alienum, quapropter Tannerius in: Bulletin des sc. math. 1882, p. 10 sqq., contra Martinium firmissime asseveravit de Heronis in Euclidem commentariis

1) Plin. Nat. Hist. XVIII, 30.
2) Carra de Vaux, Les Mécaniques ou l'Elévateur de Héron d'Alexandrie, 1894. Introduction, p. 22.
3) Schmidt: Heron von Alex. Sonderabdruck aus den neuen Jahrbüch. für das klass. Altertum, Geschichte und Deutsche Litter. 1899, p. 1—2.
4) Rectissime Carra de Vaux: »Ce déplacement d'un savant aussi considérable que Héron n'est pas sans jeter une assez grande perturbation dans l'histoire des mathématiques" (l.l. p. 4).



ne cogitandum quidem esse. Postquam tamen Arabici in Euclidem commentarii, de quibus iam saepius locuti sumus, innotuerunt, constabat Heronem revera fuisse Euclidis commentatorem, ex his enim commentariis luce clarius id apparet. Itaque Tannery sententiam suam mutavit [1]), nec non Cantor quamvis invitus — nondum enim nova ista de Heronis aetate ei innotuerat opinio — concessit Alexandrinum Elementa esse commentatum [2]). Quod nunc aequo animo statuere licet, postquam famae Heronis observatio illa v. d. Carra de Vaux spissam induxit caliginem.

Constat igitur Heronem commentarios in Euclidem scripsisse. Itaque sequitur ut quaeramus, utrum Proclus hosce Heronis commentarios in usum suum converterit necne. Procli autem aetate istud Heronis opus nondum intermortuum fuisse constat, quod etiam nono p. C. n. saeculo id adhibitum esse ab Arabico commentatore indicare videntur permulti ex Arabicis commentariis loci, ubi exhibentur Heronis dicta ipso addito auctoris nomine. Qui Arabs cum etiam Simplicii in Euclidem commentariis sit usus, Tannery censet eum Heroniana illa non ex ipsius Alexandrini opere desumpsisse sed ea per Simplicium ad eum pervenisse [3]). Sed veri absimile id duco hanc praesertim ob causam, quod aliae quoque res indicare videntur Arabibus ipsos Heronis commentarios fuisse cognitos. Inspiciatur enim: „Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abi Ja' Kûb An-Nadum, ins Deutsche übersetzt und mit Anmerkungen versehen von Suter" (Supplementb. Zeitschr. f. Math. u. Phys. VI 1892), ubi scriptor ille Arabs et alia nominat Heronis opera et hoc: „Das Buch der Erklä-

1) La Géom. Gr., p. 166 sqq.
2) Cantor, Vorlesungen über Gesch. der Math. I², p. 354.
3) La Géom. Gr. p. 175—176.

rung (Auflösung) der Undeutlichkeiten bei Eukleides" (p. 22). Praeterea in codice Arabicorum commentariorum, quos Besthorn et Heiberg in lucem ediderunt, nonnullis locis [1]) in margine a recentiore manu sunt adscriptae adnotationes, quae ex Heronis fluxerunt commentariis. Quapropter ipsum Heronis opus Arabes cognitum habuisse censeo.

Utut est, sive Tannery verum vidit sive mea probabilior videtur sententia, hoc certo certius est, Procli aetate, quippe quae Simplicium multum antecedat, nondum evanuisse Heronis opus. Quod cum Tannery minime neget, tamen contendit Proclum Heronis commentariis non esse usum, hoc scilicet fretus argumento, quod p. 323, 7 et p. 429, 13 extat locutio *οἱ περὶ Ἥρωνα*; quod argumentum quoniam cap. III suo aestimavimus pretio, silentio iam praeterire licet. Praeterea autem sententiam suam hinc confirmari putat Tannery, quod verba, quibus Proclus Heronis affert demonstrationes, nonnihil discrepant ab Heronianis, quae de isdem rebus nobis servavit Arabicus commentator. Sed hoc quoque argumentum debile esse patet ex iis, quae cap. IV, p. 69 sqq. observavimus.

Equidem nullus dubito, quin Proclus ipsos Heronis commentarios ante oculos habuerit, hasce tres praesertim ob causas. Primum, cum Heronis commentarii Procli aetate superessent itaque ab eo adiri possent, veri videtur simillimum Proclum, ut erat vir eximiae diligentiae, identidem Heronis consuluisse opus. Deinde saepius Proclus indicat se *pluribus* commentariis esse usum [2]); v. p. 200, 11 sqq.; p. 289, 11; p. 328, 16; p. 432, 15 sq., etc. Denique nominatim saepe Heronem affert,

1) P. 148, adn. 2; p. 152, adn. 1, etc.

2) Neque id est quod miremur, quoniam priores illos commentarios multum inter se fuisse diversos iam inde liquet, quod hoc erant scripti consilio, ut Euclidem explerent potius atque amplificarent, quam ut eum interpretarentur. Neque aliter de scholiis esse statuendum observavit Heiberg, Sur les scholies des Eléments d'Euclide, p. 297.



neque usquam ita, ut ex alio scriptore Heroniana ei innotuisse putes. Accedit quod permultae in eius libro inveniuntur demonstrationes nullo nominato auctore, quas Alexandrini deberi ingenio luculenter demonstrant commentarii Arabici.

Ex quibus omnibus sequitur Proclo commentarios scribenti etiam Heronis in Euclidem commentarios exeunte primo p. C. n. saeculo conscriptos fuisse fontem, unde multa in usum suum converterit. Antequam autem ad singulos locos, ubi Heroniana extare videntur, excutiendos nos convertamus, de prioribus illis Heronis, Porphyrii, Pappi commentariis breviter est disputandum, quo paratiores fiamus ad diiudicandum, quid istis commentariis debuisse videatur Proclus, quid aliunde duxisse. Supra igitur vidimus antiquiores istos commentarios fuisse refertos lemmatis et variis eiusdem propositionis casibus [1]). Etiam *ἐνστάσεις* quae dicuntur in iis fuisse tractatas ex Procli loco quodam apparet [2]), ubi prioribus commentatoribus vertit vitio, quod varios eiusdem propositionis casus et refutationes (*ἐνστάσεις*) inter se confuderint. Alius vero locus, p. 432, 15 sqq., ubi haec leguntur: .... *ὡς τά γε φερόμενα νῦν ὑπομνήματα πολλὴν καὶ παντοδαπὴν ἔχει τὴν σύγχυσιν αἰτίας ἀπόδοσιν οὐδεμίαν συνεισφέροντα οὐδὲ κρίσιν διαλεκτικὴν οὐδὲ θεωρίαν φιλόσοφον*, indicio nobis est philosophicas digressiones a prioribus commentariis fuisse alienas neque causas propositionum apud eos fuisse expositas. Quapropter Procli loci, ubi talia inveniuntur, antiquis commentatoribus nullo modo possunt attribui. Quod autem attinet ad leves illas apud Proclum observatiunculas de Euclidis dicendi genere vel de propositionibus inversis ceterasque eiusmodi, quae ipsi Euclidis interpretationi magis inserviunt, de iis certi quid statui nequit. Haud dubie saepius harum

1) Vid. Procl. p. 200 et p. 84 et supra pag. 65 sqq.

2) P. 298, 11 sqq.

rerum antiqui commentatores fecerunt mentionem [1]), sed quid iis Proclus in singulis debuerit, efficere non possumus.

Iam ad ipsum Heronem revertamur, et primum quidem eos Procli locos raptim percurramus, ubi Alexandrini dicta nominatim afferuntur [2]).

P. 196, 16 sq. Heronem tria tantum axiomata recepisse dicit Proclus.

P. 305, 23—306, 6 agitur de decima sexta Euclidis primi libri propositione, qua demonstratur, in quovis triangulo uno latere producto angulum extrinsecus positum utrovis angulo interiore et opposito esse maiorem. Verba autem „uno latere producto" a nonnullis geometris omissa et aliis διαβολῆς dedisse ansam et Philippo narrat Hero: *οὐ γὰρ πάντως, ἡ τρίγωνόν ἐστι, καὶ ἐκτὸς ἔχει γωνίαν* (p. 305, 25—26). Quae autem inde usque ad p. 306, 6 sequuntur quoniam refutationem istorum calumniatorum exhibent, ea quoque ab Herone mutuatum esse Proclum intellegimus. Philippus autem iste quisnam fuerit nescimus, sed fieri potest, ut acu rem tetigerit Tannery, qui Philippum Mendaeum, Platonis discipulum (Pr. p. 67, 23—24), intellegendum esse coniecit [3]). Eundem vero postea in errorem incidisse arbitror, cum Φίλωνα esse legendum censeret [4]). Philonem enim, cui Hero tam multa debuit [5]), ab eo in διαβολῆς crimen fuisse vocatum prorsus videtur incredibile.

P. 323, 7—21 Heronis affertur propositionis vicesimae demonstratio ab Euclidea hac praesertim in re diversa, quod Hero trianguli latus in directum non producit.

P. 346, 13—347, 11 Hero aliter demonstrat 25am propositionem, ut ita Euclidis demonstrandi rationem per reductionem ad absurdum vitet.

1) V. c. Hero in Arabicis commentariis, ed. Besth. et Heiberg, p. 65; p. 191.
2) Cum p. 41 de mechanicis Heronis studiis sit sermo, hic locus neglegi potest.
3) In Bullet. des sc. mathém. 1882, p. 107, adn. 1.
4) La Géom. Gr. p. 24.
5) Cf. infra p. 126.



P. 429, 12—15 loquitur Proclus de Heronis ad propositionem 47am additamento, quod quale fuerit docet nos Arabs (p. 175—185).

Sequuntur loci, quos ex Herone petitos esse, licet nihil hac de re indicet ipse Proclus, nobis innotuit ex Arabicis commentariis.

P. 218, 12—219, 17. Cum Euclides in prima propositione constructionem dedisset aequilateri tantum trianguli, Hero quae ab Euclide erant omissa explevit exponendo, quo modo trianguli aequicrurii et scaleni sint construendi. Quorum Heronis additamentorum duo tantum nobis servavit Proclus; copiosior de ista re est Arabs, qui varios scaleni trianguli constructionis casus singillatim tractat (p. 47).

P. 281, 6—282, 2 [1]) propositionis Euclidis undecimae peculiarem quendam casum tractat Hero; vid. praesertim p. 281, 6—8.

P. 319, 2—321, 8. Quoniam Euclides 19am propositionem per reductionem ad absurdum demonstraverat, Hero, ut hanc demonstrandi rationem vitaret, lemmate quodam adhibito prorsus diversam eiusdem propositionis excogitavit demonstrationem, quae et apud Proclum extat et apud Arabem (p. 89—91).

P. 399, 4—400, 10 varii 35ae propositionis afferuntur casus, quos Heroni deberi patet ex Arabic. comment., p. 149.

Item 36ae propositionis apud Proclum, p. 401, 4—402, 8 duo tractantur casus, quos Heroni esse tribuendos iterum nos docet Arabs, qui quamquam in ipsos casus inquirere omisit, haec tamen addit: „Hero dixit: ‚hic casus (sc. qui apud Euclidem invenitur) est unus e pluribus, sicut in praecedenti, et demonstratio utriusque eorum eadem est'" [2]). Veri autem ad-

1) Cf. Ar. p. 73—75.
2) L.l. p. 151—153.

modum est simile Heronem, postquam haec observavit, exposuisse rem revera ita se habere, utriusque enim casus demonstrationem non aliter fieri ac apud Euclidem. Simul autem hinc apparet magnum illum numerum aliorum casuum, quos Proclus p. 402, 9 sqq. indicat, ab Herone esse abiudicandum, utpote de duobus tantum casibus locuto (cff. apud Arabem haec verba Heronis: „utriusque eorum" sc. casuum).

P. 430, 4—431, 14 ἔνστασις quaedam contra ultimam primi Elementorum libri propositionem prolata diluitur; quod Heroni deberi ex Arabicis commentariis perspicuum est (v. p. 191).

Haec sunt, quae ex Herone Proclum petiisse pro certo constat. Videmus autem Alexandrinum in commentariis suis operam dedisse, ut varios eiusdem propositionis casus tractaret (p. 399—400; p. 401—402), ut ἐνστάσεις contra Euclidem prolatas refelleret (p. 430—431), ut additis constructionibus ab Euclide omissis locupletiora redderet Elementa (p. 218—219), denique ut iis Euclidis demonstrationibus, quae sunt per reductionem ad absurdum, alias, quoties fieri id posset, substitueret (p. 319—321; p. 346—347). Praesertim vero hoc mihi memoratu dignum visum est, quod Hero saepius novam aliquam demonstrationem vel constructionem ab Euclidea diversam ideo profert, quod cavere vult, ne latus trianguli vel qua linea in directum sit producenda; videantur ea, quae de p. 281 et p. 323 supra disseruimus. Quod eo consilio fecisse videtur, ut ita praeverteret molestissimas illas ἐνστάσεις, quas etiam contra latera vel lineas in directum productas crebro esse allatas (v. c. διὰ τὸ μὴ εἶναι τόπον) ex multis Procli locis patet. — Ceterum tertio quoque loco Heroniano, p. 305, sermo est de trianguli latere in directum producto. Admodum ergo haec quaestio Heroni erat cordi. Quae observatio multum mihi visa est valere ad alios quoque aliquot Procli locos Heroni vindicandos. Nullus igitur dubito, quin meo iure ei attribuam hosce locos:



P. 248, 16—249, 19, ubi haud invenuste lateribus aequalibus non productis demonstratur in triangulo aequicrurio angulos ad basim positos inter se esse aequales; vid. imprimis Pr. p. 248, 16—18: εἰ δέ τις ἡμᾶς ἀπαιτοίη καὶ μὴ προσεκβάλλοντας τὰς ἴσας εὐθείας ἀποδεικνύναι τῶν ἰσοσκελῶν ἴσας τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας κ.τ.λ. Iam apparet satis esse causae, cur Alexandrino hic locus assignetur. Neque aliter se rem habere duae praeterea indicant res; primum enim verba Procli ἔτι δὲ συντομώτερον ἀποδείκνυσιν ὁ Πάππος (p. 249, 20) nos docent ea, quae proxime praecedunt — atque haec sunt, quae Heroni attribuere studeo — Pappo saltem attribui non posse; deinde quae nostro loco leguntur, apud Arabem quoque extant [1]), quem permulta ex Herone desumpsisse notum est. Itaque, quamquam hoc loco Heronis nomen non indicavit Arabs, tamen hic quoque eum Alexandrinum esse secutum verisimile est, cum praesertim alias quoque nonnumquam Heronem nominare neglexerit, v. c. p. 93, quem locum Heronis esse patet ex Pr. p. 323, 6 sqq.

P. 312, 1—22 septima decima propositio paulo aliter quam apud Euclidem demonstratur, cum trianguli latus in directum non producatur. Praeterea similitudo quaedam interest inter hunc locum et demonstrationem Heronianam, quae p. 323 extat. Quapropter nostrum quoque locum sine scrupulo Heroni vindico.

P. 225, 12—227, 5 varii casus secundi Euclidis problematis tractantur, quo postulatur, ut ad datum punctum datae rectae aequalis recta constituatur. Quam rem triangulo aequilatero construendo perfecit Euclides. Nostro autem loco qui casus tractetur, ex his verbis apparet: τρίγωνον οὖν μὴ συνεστάτω ἄνω ἔχον τὴν κορυφὴν διὰ τὸ μὴ εἶναι τόπον, ἀλλὰ κάτω κτλ. (p. 225, 14—17). Vocabula autem διὰ τὸ μὴ εἶναι τόπον quodammodo

1) L.l. p. 57—59.

Heronem loci auctorem designare ex iis, quae supra disputavi, apparet. Eandem enim ob causam, nempe propter loci angustias, Heronem etiam alibi (v. c. p. 281) cavisse, ne linea vel trianguli latus esset producenda, veri admodum est simile (cf. p. 122). Itaque nostro quoque loco Alexandrinum agnoscere mihi videor.

Quodsi haec recte disputata videntur, simul ei attribuere licet hosce locos: p. 275, 7—277, 4; p. 289, 16—290, 13; p. 378, 4—24, quos si inspexeris, videbis plane idem de iis observari posse, quod de praecedentibus in medium est prolatum. Quapropter singillatim eos tractare supersedeo. Tantum addere velim ex eo, quod locus p. 289, 16—290, 13 ex Herone desumptus esse videtur, necessario sequi etiam ea, quae statim praecedunt (p. 286, 15—289, 6) ei deberi. Quam rem ut probem, liceat mihi haec Procli afferre verba: *εἰσὶ δὲ καὶ πτώσεις τῆς τοῦ προβλήματος κατασκευῆς, ἃς δεῖ χωρίζειν ἀπὸ τῶν ἐνστάσεων .... οἱ δὲ ἐξηγηταὶ μὴ διακρίνοντες ταῦτ᾿ ἀπ᾿ ἀλλήλων, πάντα φέρουσιν εἰς ταὐτὸ καί εἰσιν ἄδηλοι, πότερον πτώσεις ἡμῖν ἢ ἐνστάσεις ἐπαγγέλλονται γράφειν. ἡμεῖς οὖν διελόμενοι χωρὶς μετὰ τὰς ἐνστάσεις τὰς πτώσεις συνάγομεν* (p. 289, 7 sqq.). Hosce casus, qui p. 289, 16—290, 13 sunt tractati, Proclum ab Herone esse mutuatum iam vidimus. Ut autem Hero *πτώσεις* et *ἐνστάσεις* permiscere posset, non illos tantum sed etiam has, quae p. 286, 15—289, 6 refutantur, tractare debuit. Quapropter hunc quoque locum Heroni assignandum esse censeo.

Iamque indicavi locos, quos Alexandrino attribuendos esse censeo propter istam eius proprietatem, de qua iam satis multa disputata sunt. At praeterea alii nonnulli sunt loci, quos diversas ob causas ad Heronem referendos esse arbitror.

P. 409, 25—411, 15 exponitur hasce propositiones ab Euclide esse omissas: „Aequalia parallelogramma, quae in iisdem sunt parallelis, aut in eadem basi aut in aequalibus basibus sunt



posita;" et: „Aequales trianguli, qui in iisdem sunt parallelis, aut in eadem basi aut in aequalibus basibus sunt positi." Haec autem propositio loco nostro data opera demonstratur atque additur, plane eadem ratione istam de parallelogrammis esse demonstrandam. Totum autem hunc locum ideo Heronianum esse censeo, quod apud Arabem Hero in additamento ad 46am propositionem in usum suum prius istud de parallelogrammis convertit theorema (p. 177). Itaque dubium non est, quin suo id loco demonstraverit Hero.

P. 345, 15—346, 11 extat Menelai Alexandrini demonstratio eiusdem propositionis, quam Heronem quoque aliter ac Euclidem demonstrasse supra (p. 120 sq.) vidimus. In Procli autem textu primum legitur Menelai, deinde Heronis demonstratio (p. 346, 13—347, 11). Quod non temere ita evenisse statim, ut spero, apparebit. Cognatae enim sunt Menelai et Heronis demonstrationes et quidem ita cognatae, ut Heroniana filia esse videatur. Demonstrandum enim hoc est: Si duo trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, basim autem basi maiorem habent, etiam angulorum rectis aequalibus comprehensorum alterum altero maiorem habebunt. Quod ut demonstret Menelaus alterum triangulum alteri ita applicat, ut unum latus ambo trianguli habeant commune; neque aliter facit Hero, hac tamen in re a Menelao discedens, quod positione triangulorum paulum mutata ex ipsa contemplatione figurae perspicuum reddat verum esse id, quod erat demonstrandum, cum Menelao satis prolixa esset opus argumentatione. Hero igitur id tantum egit, ut Menelai demonstrandi rationem retractaret atque simpliciorem redderet, unde intellegimus eum in commentariis suis primum Menelai demonstrationem, deinde suam Menelai correctionem in medium protulisse. Itaque, si me sequeris, Proclus locum, ubi Menelai extat demonstratio, non ex ipsius Menelai aliquo opere desumsit sed ex Heronis com-

mentariis. Cui sententiae hoc quoque favere videtur, quod nusquam alibi in Procli commentariis Menelai fit mentio.

P. 266, 15—269, 18 pulchra affertur Philonis demonstratio octavae propositionis. Quem locum Proclum ex Heronis commentariis desumpsisse in eo est ut comprobemus. Primum igitur veri videtur dissimile Proclo ipsum Philonis opus fuisse praesto, cum hoc tantum loco apud eum de Philone sit sermo. Contra veri quam simillimum est Heronem in commentariis suis elegantissimae huius Philonis demonstrationis iniecisse mentionem, cum permagni hunc faceret atque optime in eius operibus esset versatus. Multa enim eum ex iis in sua opera transtulisse constat [1]). Quid quod etiam Philonis *Μηχανικὴν σύνταξιν* retractavit [2])! Apparet, opinor, non sine iusta causa me Heronem Philonis demonstrationem rettulisse censere. Itaque Procli locum, ubi haec legitur, ex Herone fluxisse mihi persuasum est, cum praesertim apud Arabem quoque, qui tam multa ab Herone est mutuatus, eadem occurrat demonstratio.

1) Cf. Wenrich, De auctorum graecorum versionibus et commentariis syriacis, arabicis, etc. § 146, p. 213. Cf. etiam Tannery in: Victor Martet, Un nouveau texte des Traités d'Arpentage et de Géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus, avec une Introduction de M. Paul Tannery.

2) Cf. Diels in: Sitzungsber. d. kön. Pr. Akad. der Wissenschaften, 1893, p. 106—107.

# CAPUT VIII.

Porphyrium commentarios in Euclidis Elementa scripsisse res est veri simillima, licet non sit certa, disertis enim verbis nusquam id indicatur. Hoc certe constat Porphyrio non defuisse doctrinam, quae ad tale opus conscribendum requiritur, cum et in aliis disciplinis et in geometria satis esset versatus, ut testatur Eunapius (p. 10); cf. etiam August. Civ. D. XIX, 22. Duo autem imprimis loci, quos ex Porphyrio se petiisse disertis verbis Proclus significat, indicare mihi videntur revera Porphyrii opus, quod Proclus adhibuit, in Euclidem fuisse commentarios. Operam enim p. 297, 1—298, 10 [1]) dat Proclus Porphyrium secutus, ut demonstret recte ab Euclide in propositione decima quarta enuntianda addita esse verba *μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη*; pagina autem 350, 7—352, 12 docet, qua ratione sit accipienda propositio $26^a$, lectores enim paulo neglegentiores facile in errorem posse induci; dein haec subiungit verba: *τοσαῦτα καὶ πρὸς τὴν τῶν προκειμένων ἀκρίβειαν ὁ Πορφύριος ἡμῖν συμβάλλεται* (p. 352, 13—14). Nonne ambo hi loci, quibus agitur de Euclidis enuntiandi ratione, clare indicant Porphyrium in opere isto hoc egisse, ut Elementa explicaret illustra-

1) Nec non p. 295, 21—296, 14; cf. infra p. 128 sq.

retque? Praeterea autem observatum velim in Arabico mathematicorum catalogo, cuius in cap. VII iniecimus mentionem, Porphyrii et alia indicari opera et hoc: „Ein Buch über die Elemente" [1]). Quo titulo ipsum illud Porphyrii, de quo hic agimus, designari opus minime temeraria est opinio. Quapropter non nimiae audaciae videtur statuere, revera Porphyrium Euclidis Elementa esse commentatum [2]).

Proclum autem istum Porphyrii librum in commentariis suis scribendis adhibuisse, id omnino nulli dubitationi obnoxium est, cum et ex aliis Procli operibus luculenter appareat intimam eum sibi contraxisse notitiam scriptorum celeberrimi illius philosophi Neoplatonici — nam et ipse Proclus erat Neoplatonicus — et in commentariis in Euclidem saepius adhibeatur Porphyrii auctoritas. Loci autem, quos ex Porphyrio desumptos esse testatur Proclus, sunt hi:

P. 297, 4—298, 10, de quo loco supra disputavimus. Ibidem autem indicavimus etiam ea, quae p. 295, 21—296, 14 leguntur, eidem auctori deberi, quod hic paulo fusius probandum videtur. Exponitur igitur p. 295—296 ab Euclide, cum decimam quartam propositionem talibus verbis conciperet: „Si duae rectae ad rectam aliquam et punctum eius non in eadem parte positae angulos deinceps positos duobus rectis aequales effecerint, in eadem erunt linea recta," recte esse addita verba „non in eadem parte positae", quod duae illae lineae, si in eadem essent positae parte, etiamsi anguli deinceps positi duobus rectis essent aequales, in eadem recta linea numquam esse possent. Cum autem additamento, quod p. 297—298 extat, Porphyrius demonstret revera fieri posse, ut duae illae lineae,

1) Das Mathem. Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abi Ja' Kûb An-Nadîm, ins Deutsche übers. von Suter. Suppl. bd. Zeitschr. f. Math. u. Ph. VI, 1892, p. 9.

2) Idem censet Suter, l.l. adnot. 5 (p. 45).



*in eadem parte positae* angulos deinceps positos duobus rectis aequales efficiant, omnino cogimur ut sumamus, etiam observationem de verbis Euclideis „non in eadem parte positae", quae p. 295, 21—296, 14 legitur, a Porphyrio traxisse originem; haec enim fuit causa, cur Porphyrius istam adderet demonstrationem.

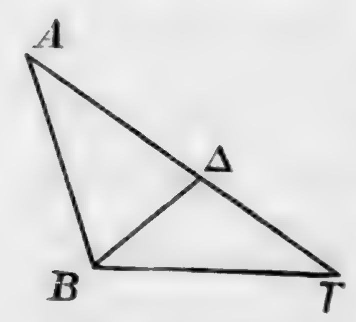
P. 323, 22—326, 5 vicesimae propositionis afferuntur Porphyrii duae demonstrationes. V. p. 323, 5 sq. *δεῖ δὲ καὶ τὰς ἄλλας ἀποδείξεις τοῦ προκειμένου θεωρήματος συντόμως ἱστορῆσαι, ὅσας οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πορφύριον ἀνέγραψαν κτλ.* Quarum demonstrationum primam Heronis esse in cap. VII probavimus. Secunda autem et tertia Porphyrio attribuendae videntur, neque aliter olim sensit Heiberg; v. Litt. geschichtl. Stud. über Eukl., p. 157 adn. 2 et p. 160 adn. 2. Postea tamen sententiam mutavit v. d., ut docet eius adnotatio ad secundam demonstrationem in Arabicis commentariis [1]), nam etiam Arabs hanc nobis servavit. Friedlein autem in Indice, quem Procli editioni adiecit, tertiam demonstrationem, quae p. 325, 1—326, 5 legitur, dubitanter ipsi Proclo assignavit, quae quam infelix sit suspicio facile intellegemus, cum nobiscum reputaverimus Proclum de Heronis tantum Porphyriique demonstrationibus fecisse verba, nusquam vero significasse se ipsum quoque novam quandam huius propositionis demonstrandae rationem excogitasse. Nam nimiae profecto esset modestiae alienis laudibus tam diligenter consulere, propria vero inventa alto tegere silentio. — Neque Heiberg l.l. acu rem tangere mihi videtur, ubi primam et secundam demonstrationes Heroni, tertiam solam Porphyrio attribuit. Nam et satis magna similitudo inter secundam demonstrationem et tertiam interest et in hac sumitur id, quod in secunda est probatum (v. p. 325, 10 sq. *αἱ ἄρα πρὸς τῷ $\bar{ε}$ γωνίαι ἴσαι καὶ αἱ πρὸς τῷ $\bar{α}$, ὅπερ ἀδύνατον*; id autem fieri non posse

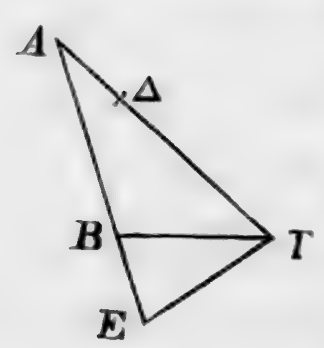
1) P. 93, adn. 2.

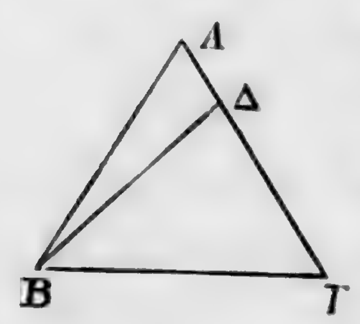
p. 324, 3—11 erat demonstratum). Quae res unum eundemque utriusque demonstrationis auctorem indicare videtur.

P. 350, 7—352, 12, de quo loco supra satis dictum est.

P. 315, 11—316, 13 exponitur, qua ratione Porphyrius ἔνστασιν quandam contra duodevicesimam propositionem allatam refutarit. Qui locus ideo paulo accuratius inspiciendus videtur, quod inde, nisi egregie fallor, effici potest alium quoque Procli locum, ubi auctoris nomen tacetur, Porphyrio esse vindicandum. Euclides igitur 18a propositione demonstrat in quovis triangulo maius latus sub maiore angulo subtendere. Quod ut perficiat, a maiore latere Α Γ abscindit lineam Α Δ minori lateri Α Β aequalem. Porphyrius vero operam dat, ut demonstret nihil obstare, quominus lineam lateri Α Β aequalem non a puncto Α sed a puncto Γ facto initio a latere Α Γ abscindamus. Producit enim Α Β usque ad Ε, ita ut linea Β Ε lineae Α Δ sit aequalis; deinde linea Ε Γ ducta eadem fere ratione atque Euclides demonstrat angulum Α Β Γ angulo Α Γ Β esse maiorem. Nunc alterum locum, de quo modo loquebamur, in medium protrahamus. Extat autem p. 256, 15—257, 3 in commentario in sextam propositionem, quae huiusce modi est: Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, etiam latera sub aequalibus angulis subtendentia inter se erunt aequalia. Quam propositionem Euclides per reductionem ad absurdum demonstrat; sumit enim latus Α Γ [1]) latere Α Β esse maius atque lineam Γ Δ lateri Α Β aequalem a latere Α Γ abscindit;



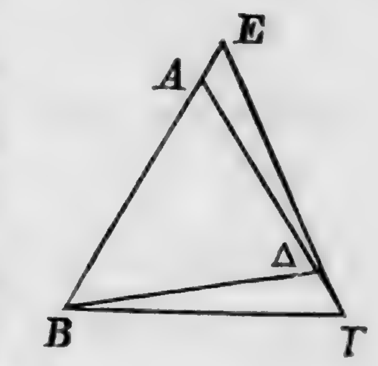




1) Talem enim figuram Proclum in Euclide suo invenisse ex toto loci Proclei contextu apparet.



ducta deinde linea Β Δ apparet triangulos Α Β Γ et Δ Β Γ inter se esse aequales; quod absurdum est. Itaque latus Α Β lateri Α Γ inaequale non est; aequale igitur. Iam ad locum illum apud Proclum nos convertamus, quo loco ἔνστασις quaedam diluitur, dum exponitur etiamsi linea lateri Α Β aequalis non a puncto Γ sed a puncto Α a latere Α Γ abscindatur, non minus recte huius propositionis demonstrationem procedere. Producitur enim latus Β Α usque ad Ε, ita ut linea Α Ε lineae Δ Γ sit aequalis. Deinde ducta linea Ε Γ apparet triangulos Α Β Γ et Ε Β Γ inter se esse aequales, quod absurdum; etc. Apparet, opinor, tantam esse similitudinem, quae inter hunc locum et istum Porphyrianum (p. 315, 11—316, 13) intercedit, ut statim prodat unius viri ingenio utramque demonstrationem deberi; prorsus enim eadem demonstrandi ratio utroque loco extat. Quapropter etiam locum p. 256, 15—257, 3 Porphyrio meo iure assignare mihi videor.




Duobus praeterea locis Proclus Porphyrii inicit mentionem, sed neuter quadrare videtur in Porphyrii commentarios in Euclidem. Alter enim (p. 56, 24 sq.) ad alium philosophi librum manifeste nos ablegat, sc. τὰ Συμμικτά, alter autem philosophicam tractat quaestionem. Quapropter utrumque hunc locum indicasse sufficit.

---

De Pappi Alexandrini [1]) in Euclidis Elementa commentariis saepius apud scriptores antiquos fit mentio [2]). Satis autem magni

1) Pappus exeunte tertio p. C. n. saeculo floruit, ut ostendit Usener in Rhein. Mus., XXVIII, p. 403—404.

2) V. c. apud Eutoc. in Archim. ed. Heiberg, III, p. 34.

ambitus fuisse id opus iam inde apparet, quod in scholiis in Euclidem sermo est de Pappi in decimum Elementorum librum commentariis [1]). Quorum vestigia Arabes quoque servasse egregie ostendit Heiberg [2]), impugnans v. d. Woepcke opinionem, qui censet de Vettii Valentis commentariis apud Arabes esse sermonem [3]). Quam Woepckei sententiam falsam esse etiam Suter [4]) indicavit. Pappum autem etiam duodecimum Elementorum librum esse commentatum docet Eutocii locus in commentariis in Archim. de Sphaera et Cylindro libros [5]) comparatus cum scholio secundo in Elementorum librum duodecimum. Qua ex re veri fit simillimum commentarios Pappi omnes Elementorum libros esse amplexos; quam coniecturam confirmare videntur eiusdem auctoris commentarii in aliud Euclidis opus, Data dico, compositi [6]); ad quos commentarios conficiendos procul dubio non aggressus est Pappus, antequam commentarios in Elementa ad finem perduxit.

Proclum Pappi commentariis in opere suo conscribendo usum esse, id nemo umquam — ne ipse quidem Tannery — in dubitationem vocavit. Cum enim saepe Pappus a nostro nominatim affertur, tum recentissimus erat Procli aetate commentator aptissimumque ergo eius opus praebebant fontem, unde hauriret Proclus.

Strictim igitur locos, qui Pappo assignandi videntur, percurramus et quidem primum eos, quos ipse Proclus significat ex Pappi commentariis esse petitos.

P. 189, 12—190, 9, de quo loco paulo infra.

P. 197, 6—10 et p. 198, 6—14, qui loci nos docent Pap-

1) Cf. Heiberg, Litt. geschichtl. Stud., p. 163.
2) L.l. p. 169—172.
3) Heiberg, l.l. p. 169.
4) L.l. p. 53—54 (adn. 92).
5) Archim. III p. 34.
6) Cff. Heiberg, l.l. p. 173 et Eucl. Dat. ed. Menge, Proleg. p. LII, adn. 1.

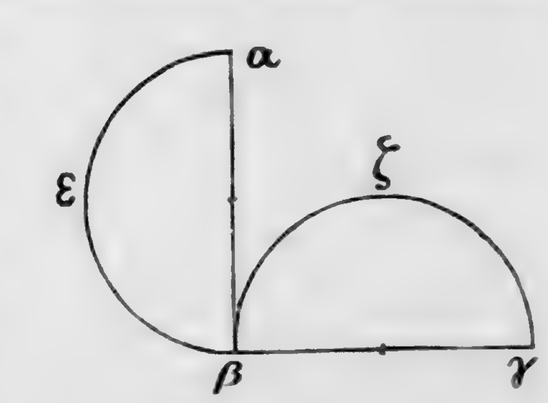


pum multo plura axiomata quam Euclidem posuisse. Ultimo enim loco, ubi et alia leguntur et haec: ὅσα δὲ ἄλλα (sc. ἀξιώματα) προστίθησιν, verbi προστίθησιν subiectum esse Pappum et ex toto loci contextu apparet et ex Arabico commentatore, qui eadem axiomata, quae nostro loco enumerantur, Pappo attribuit [1]). Itaque iniuria Barocius et Majer [2]) vocabulum τὰ ἀντίγραφα, quod paulo ante legitur, subiectum verbi προστίθησιν esse statuunt.

P. 249, 20—250, 12 Pappi extat demonstratio propositionis quintae ab Euclidea satis multum diversa.

P. 429, 12 sqq. sermo est de Pappi additamento ad propositionem 47am, quod quale fuerit non indicat Proclus. Fortasse theorema illud, quod vulgo Pythagorae attribuitur, generaliter magis ab eo erat tractatum ea ratione, quae in prima quarti Synagoges libri propositione adhibetur [3]).

Omnes iam enumeravi locos, quos ex Pappo desumptos esse ipse testatur Proclus; nunc paulo accuratius de primo horum (p. 189, 12—190, 9) agamus, ut ita viam muniamus ad alium Procli locum, ubi nullus auctor nominatur, Alexandrino assignandum. Loco igitur laudato Proclus refert Pappum observasse quartum Euclidis postulatum, quod omnes rectos angulos inter se aequales esse contendit, *inversum non semper esse verum.* Describit enim Pappus in linea $\alpha\beta$ semicirculum $\alpha\varepsilon\beta$ et in altero recti anguli crure, i. e. in $\beta\gamma$, semicirculum $\beta\zeta\gamma$; deinde demonstrat angulum $\varepsilon\beta\zeta$ aequalem esse angulo $\alpha\beta\gamma$, i. e. recto angulo, cum ipse angulus $\varepsilon\beta\zeta$ non sit rectus. Vides, Lector, Pappum hic




1) V. p. 31 „Pappus alia quoque addidit e. q. s." cum adnotatione Heibergii.
2) Majer, Proklos über die Pet. u. Axiom. bei Euklid, p. 28.
3) Cf. Tannery in Bullet. des sc. mathém., 1882, p. 103—104.

genus quoddam angulorum contemplari, quod homines nostrae aetatis in angulorum numerum non referunt. Sed hoc mittamus. Eodem autem modo p. 381, 6—20 docetur *veram non semper esse inversam* propositionem 32am, qua Euclides demonstravit in quovis triangulo quolibet latere producto angulum extrinsecus positum duobus interioribus et oppositis esse aequalem et angulos interiores tres trianguli duobus rectis esse aequales; fieri enim posse, ut figura, quae angulos interiores duobus habeat aequales rectis, non sit triangulus, dummodo *περιφερογράμμους* contineat angulos. Id autem angulorum genus idem est, ac quod Pappus p. 189—190 adhibuit ad indicandum angulos rectis angulis aequales non semper ipsos quoque esse rectos. Quam simillimi ergo inter se duo hi loci mihi videntur, quibus idem insolitum angulorum genus adhibeatur ad eandem rem demonstrandam, nempe contrarium rei, de qua agitur, non semper esse verum. Itaque eidem utrumque locum assigno auctori; et cum ipse Proclus ea, quae p. 189—190 extant, Pappo deberi indicaverit, alter quoque locus (p. 381, 6—20) omnino Pappo vindicandus est. Quocum loco arte cohaerent quae p. 379, 18—381, 6 leguntur, nam ibi [1]) demonstratur figuram, quae angulos interiores duobus rectis habeat aequales, dummodo sit *rectilinea*, esse triangulum, nec non contrarium prioris 32ae propositionis partis ibi tractatur. Itaque omnia, quae p. 379, 18—381, 20 leguntur, Pappo esse attribuenda mihi persuasum est.

Etiam p. 238, 10 sqq. et p. 333, 12—17 *περιφερογράμμων* illorum angulorum fit mentio, quapropter Pappi esse hos locos veri admodum videtur simile.

P. 272, 1—12 et p. 272, 18—20 de re plane diversa est

---

1) P. 380, 20—381, 6. Proclo autem hunc locum attribui non posse in cap. IV probare conatus sum.



sermo. Agitur enim de variis curvis lineis earumque inventoribus, neque est quod miremur Tannerium [1]) et Tittelium [2]) hunc locum Gemino attribuisse, quem persaepe de curvis lineis verba fecisse ex Procli commentariis apparet (v. praesertim p. 356, 6—14). Non tamen Gemino sed Pappo eum deberi censeo propter verba *ἄλλοι δὲ ἐκ τῶν Ἀρχιμηδείων ἑλίκων ὁρμηθέντες εἰς τὸν δοθέντα λόγον ἔτεμον τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν*, cum ex Pappi Synag. libr. IV, p. 286—288 luculenter appareat ipsius Pappi id fuisse inventum. Itaque etiam quae statim praecedunt eandem rem spectantia ex eodem fonte, i. e. ex Pappi commentariis fluxisse videtur credibile.

Saepe in Procli commentariis legimus de paradoxis quae vocantur problematis [3]), quae cuiusmodi sint et ipsum nomen quodammodo indicat et infra clarius exponetur. Locos autem, ubi Proclus talis problematis inicit mentionem, a Pappi commentariis eum esse mutuatum mihi persuasum est. Pappo enim istam paradoxorum doctrinam admodum cordi fuisse testatur pars quaedam tertii Synagoges libri, ubi inde a p. 104 usque ad p. 130 eiusmodi tractantur problemata duce Erycino, mathematico aliunde ignoto, quem multum in paradoxis consumpsisse studii disertis verbis refert Pappus [4]). Itaque etiam in commentariis in Euclidem Pappum occasione oblata de paradoxis istis egisse perquam videtur verisimile. Quod si recte disputatum est, Procli loci, quibus paradoxorum doctrina tangitur, ad Alexandrini commentarios sunt referendi, non vero ad eius Synagogen; nam Proclus saepe commentarios Pappi adhibuit, Synagoges vero nullum fere apud eum extat vestigium. Neque

---

1) La Géom. Gr., p. 28.
2) L.l. p. 82.
3) Non huc faciunt loci p. 126, 5; p. 177, 19; p. 192, 21, quoniam non ea tractant problemata, quae proprie paradoxa vocantur.
4) Papp. Synag. ed. Hultsch, p. 106.

hac in re negligendum est, quod Proclus p. 328, 16, qui locus est de paradoxis, commentatorem sibi fuisse fontem aperte indicat. Sed iam singulos locos perscrutemur.

P. 327, 8—328, 15. Euclides 21a propositione demonstravit, Si in uno latere trianguli a terminis duae rectae intus coniunguntur, rectas coniunctas reliquis duobus lateribus trianguli esse minores, maiorem autem eas comprehendere angulum. Loco autem Procli laudato observatur, dummodo alterutra linea non ex termino lateris trianguli ducatur, plane contrarium aliquod interdum fieri, nempe lineas intus positas *maiores* esse duobus trianguli lateribus, et angulum eas comprehendere *minorem* quam qui duobus istis trianguli lateribus continetur; cum autem neutram rem expectaris, utramque in paradoxorum numerum esse referendam. Deinde revera id fieri posse haud invenuste demonstratur. Pappi autem si inspicimus Synag. I p. 104, videmus plane eandem ibi extare demonstrationem atque est ea, quae apud Proclum ad prius istud paradoxum probandum adhibetur. Unde apparet, nisi fallor, verum esse quod supra statui, Proclo, ubi paradoxorum inicit mentionem, Pappi commentarios — nam de Synagoge hic non est cogitandum (cf. p. 135) — fuisse fontem. Alterius autem paradoxi demonstratio in Synagoge non invenitur, attamen e Pappi commentariis eam desumsisse Proclum arbitror, quoniam ad eandem doctrinam pertinet neque Pappus in Synagoges loco, qui est de paradoxis (p. 104—130) totum Erycini opus tractasse censendus est sed elegisse, quae permagni momenti duceret. Itaque nihil obstat quominus sumamus, eum in commentariis in Euclidem locis idoneis propositiones quasdam Erycineas tractasse, quibus in Synagoge non esset locus. Accedit quod Proclus p. 328, 16 ipse testatur se commentatorem (nomen non addit) de illa demonstratione consuluisse. — Porro observandum est Proclum Pappi vel potius Erycini demonstrationem nonnihil



mutasse, id quod testantur haec eius verba: *καὶ δέδεικται τὸ προκείμενον οὐ προσχρησαμένων ἡμῶν ταῖς παραλλήλοις τῶν ἐξηγητῶν* (p. 328, 15 sq.).

Ad ceteros autem de paradoxis locos antequam nos convertamus, paucis disserendum videtur de alia quadam doctrina, quae Pappo fuit in deliciis. Prima enim quinti Synagoges libri pars continet commentationem de figuris isoperimetris, in qua concinnanda Alexandrinum Zenodori, qui hac de re scripsit librum, pressisse vestigia constat [1]). Itaque idem quod de paradoxorum doctrina hic observari potest. Nam Pappus quin in commentariis suis in Euclidem data occasione istam de isoperimetris figuris doctrinam tetigerit, dubitari nequit. Proclus autem cum semel tantum in commentariis (p. 165, 24) Zenodori iniecerit mentionem, minimeque eiusmodi sit hic locus, ut inde concludi possit ipsum eius opus ei ante oculos fuisse, veri admodum videtur simile eum de illis de isoperimetris quaestionibus non Zenodorum [2]) sed Pappi commentarios adiisse.

Observatur autem p. 396, 12—398, 17 Euclidis 35am propositionem, qua demonstratur parallelogramma in eadem basi posita et in iisdem parallelis inter se esse aequalia, in paradoxorum numerum esse referendam; omnino enim praeter expectationem accidere, quod parallelogramma, quae eiusdem sint latitudinis sed longitudinis admodum diversae, sint aequalia. Deinde exponitur, quo modo id fieri possit. Sunt enim duae res, quae ad magnitudinem alicuius figurae multum valent; primum magnopere interest, utrum ea figura angulos habeat inter se aequales an non; deinde sitne aequilatera necne. Sic

---

1) Papp. ed. Hultsch, vol. III, praefat. p. XV, et ib. p. 1189.
2) Ut vult Tannery, l.l. p. 25.

omnium parallelogrammorum, quae aequalem habent perimetrum, maximum est quadratum, minimum vero rhomboides, quippe quod neque aequilaterum sit neque rectangulum. — Nonne haec omnia Pappum tamquam huius loci auctorem quasi digito indicant? Et enim paradoxorum et isoperimetrarum figurarum doctrina hoc loco tangitur. Quodsi nondum satis tibi persuasi, Lector, auctor tibi sum, ut inspicias Papp. Synag. I p. 332—333, ubi hoc demonstratur: omnium figurarum rectilinearum, quae aequalem perimetrum eundemque laterum habent numerum, maxima est aequilatera et aequiangula. Vides igitur de eadem materia ibi esse sermonem atque in posteriore loci Proclei parte, cuius argumentum modo exponebam, et concedis, ni fallor, me non temere hunc Procli locum Pappi vindicasse commentariis. Nam cum in Synagoge hanc rem tractarit Alexandrinus, per se intellegitur eum etiam in commentariis in Euclidem locis idoneis de ea disputasse.

P. 403, 4—404, 20. Eiusdem notae hoc loco exstant observationes ac p. 396—398 de parallelogrammis in medium prolatas vidimus. Propositione enim XXXVII[a] Euclides demonstravit triangulos in eadem basi positos et in iisdem parallelis inter se esse aequales. Hic igitur iisdem de paradoxis et figuris isoperimetris disputationibus est locus, ex qua re statim sequitur hunc quoque locum ex Pappi commentariis esse desumptum. Quae tamen p. 404, 3—14 leguntur, a Proclo in usum discipulorum suorum addita videntur, illic enim tractatur res quaedam notissima atque intellectu facillima.

P. 236, 2—237, 18 iterum sermo est de triangulis, qui aequalem habent perimetrum. Qui locus tam similis est isti, quem modo tractabam (p. 403—404), ut eidem auctori utrumque locum deberi manifestum sit. Sed proprias quasdam observationes Proclus hic quoque inseruit discipulis consulens.

Postremum p. 328, 21—329, 7 singulare quoddam triangu-



lorum indicatur genus, *ἓν καὶ τοῦτο τῶν ἐν γεωμετρίᾳ παραδόξων* (p. 328, 23), cum quattuor habeat latera. Quam figuram cum a Zenodoro *κοιλογώνιον* vocatam esse alio loco (p. 163, 24) indicet Proclus, persuasum mihi est eum illam de *κοιλογωνίῳ* observationem a Pappo esse mutuatum, viro et in Zenodoro magnopere versato et paradoxorum doctrinam permagni faciente.



Satis magnus restat locorum numerus, quos Proclum a commentatore aliquo mutuatum esse certum videtur. Cum vero omnino effici nequeat, cuinam commentatori singuli illi loci debeantur, satis esse censeo eos hic indicare. Sunt autem hi: p. 83, 7 sqq.; p. 188, 20—189, 10; p. 203—207 (? cf. cap. VI, p. 108); p. 211, 1—14; p. 212, 5—213, 11; p. 219, 20—220, 1; p. 224, 5—225, 7; p. 228, 9—233, 2; p. 247, 6—248, 15; p. 257, 18—258, 14; p. 258, 14—259, 14; p. 262, 3—263, 13; p. 263, 14—264, 7; p. 273, 11—275, 6; p. 307, 25—308, 13; p. 313, 1—12; p. 331, 9—332, 18; p. 334, 6—335, 14; p. 339, 11—344, 8 [1]); p. 376, 14—377, 8; p. 381, 21—383, 16; p. 385, 5—387, 17; p. 387, 22—390, 7; p. 392, 20—394, 7; p. 402, 9 sqq.; p. 408, 5—24; p. 412, 18—414, 14; p. 414, 15—416, 14; p. 416, 22—419, 10; p. 424, 7—425, 18.

Quorum locorum hi p. 247, 6—248, 15; p. 257, 18—258, 14; p. 258, 14—259, 14; p. 262, 3—263, 13; p. 273, 11—275, 6 eiusdem esse commentatoris videntur, cum magna inter eos intercedat similitudo. Fortasse etiam p. 313, 1—12; p. 307, 25—308, 13; p. 376, 14—377, 8 uni eidemque debentur mathematico, neque loci p. 385, 5—387, 17 et p. 387, 22—390, 7 inter se sunt dissimiles.

1) Heroni certe hic locus non debetur, cum eum easdem propositiones paulo aliter quam fit apud Proclum demonstrasse ex Arabicis commentariis (p. 155—161) pateat.

## CAPUT IX.

---

Proclum in commentariis suis conscribendis saepius Eudemi historiam geometricam, Gemini θεωρίαν τῶν μαθημάτων, Heronis, Porphyrii, Pappi in Euclidem commentarios in suum usum convertisse iam constat. Praeterea autem multa alia nomina multorum scriptorum apud nostrum occurrunt, quorum opera num ei praesto fuerint necne in eo est, ut investigemus. Initium autem faciamus ab *Apollonio Pergaeo*, summo geometra, cuius nomen undecies apud nostrum occurrit. Obiter enim p. 71, 19 et p. 356, 8—9 tangitur Conica, celeberrimum illud Apollonii opus; p. 74, 23—24 paucissimis verbis indicatur aliud eius opusculum, quo irrationalium doctrina tractabatur; p. 105, 5—6 et p. 105, 14—15 sermo est de tertio eius libello, qui erat περὶ τοῦ κοχλίου. Praeterea vero sex sunt loci multo maioris momenti, qui Apollonii cuidam libro deberi videntur, in elementaria autem geometria illum librum versatum esse apparet. De quo Apollonii opere priusquam nonnulla in medium proferamus, ipsos Procli locos, qui inde fluxerunt, percurramus oportet.

P. 100, 5—19 operam dat Apollonius, ut lineae rectae bonam nobis informemus notionem exemplis e cotidiana vita arcessitis. Nimirum principia geometrica cum sensuum perceptione



arte connectere studet. Eadem autem ratione cum p. 114, 20—25 superficiei notio oculis subiciatur, hunc quoque locum ex Apollonio petitum esse statuo, neque aliter Tannerium sentire video [1]).

P. 123, 15—19 (cf. et p. 124, 17; p. 125, 17) nova quaedam Pergaei affertur anguli generalis definitio.

P. 183, 13 sqq. Hoc ex loco patet Apollonium studuisse, ut axiomata demonstraret. Cuiusmodi conaminum specimen praebet locus

P. 194, 20—195, 5 ubi Proclus ad verbum exscripsit Apollonii primi Euclidis axiomatis demonstrationem.

P. 279, 16—280, 4 refertur, quomodo Apollonius datam lineam rectam terminatam in duas aequales partes dividerit, tantum non eadem ratione usus qua Euclides; p. 282, 8—19 idem dicitur ad datam rectam a dato puncto in ea sito rectam perpendicularem erexisse non multum ab Euclide discrepans; p. 335, 16—336, 5 affert Proclus Apollonii problematis XXIII[i] constructionem, quam ideo vituperat, quod in ea sint adhibita, quae tertio demum Elementorum libro tractata inveniantur. Cur autem tribus hisce propositionibus ab Euclide discesserit Apollonius, egregie exposuit Heiberg in Philol. tom. 43, p. 489: Propositiones enim decimam et undecimam ab Euclide demonstratas esse prima adhibita propositione, XXIII[am] autem propositionem adhibita praecedenti; hoc Apollonio displicuisse, quod ita ad problemata generalia solvenda Euclides propositionibus uteretur magis peculiaribus; quas ut vitaret, Pergaeum diversas illas excogitasse constructiones. Cum autem p. 227, 9—18 simile quid fiat, — ubi in recta quadam ad datum punctum datae rectae aequali constituenda ab Euclide disceditur, et ita quidem disceditur, ut prima Euclidis propo-

---

1) Vid. Tannery in Bullet. des sc. mathém. 1881, p. 130.

sitione non sit opus, — hunc quoque locum ex Apollonio petitum esse suo iure statuit Heiberg. Ad cuius sententiam magis etiam confirmandam observo Proclum p. 227, 18 sqq. exponere istam constructionem multo minus recte se habere quam Euclideam, quod iudicium etiam alibi fert de Apollonianis. Haec sunt fragmenta, quae Proclus ex Apollonii opere nobis servavit. Ex quibus aliquatenus assequi possumus, cuiusmodi illud opus fuerit. In quo prima geometriae fundamenta sibi retractanda sumpsisse Apollonium apparet, axiomatum numerum reddidisse minorem [1]), in linea, superficie etc. definiendis sensibus plus tribuisse, multoque minores, quam fecerat Euclides, in principiis mathematicis tractandis tribuisse partes purae rationi; nonnullas denique propositiones magis generaliter demonstrare conatum esse. Iniuria autem Tannerium, cuius elegans de Apollonii apud Proclum fragmentis commentatio invenitur in Bullet. des sc. mathém. 1881, statuisse Pergaei illud opus novam atque emendatam fuisse Elementorum editionem, ostendit Heiberg [2]). Neque Tannerii sententiae favet titulus libri Apolloniani, si quidem verba Marini *'Απολλώνιος ἐν τῇ καθόλου πραγματείᾳ* [3]) spectant opus, quod a Proclo est adhibitum [4]).

Restat ut quaeramus, utrum ipsum hoc Apollonii opus Proclo ad manum fuerit, an aliunde Apolloniana ad eum pervenerint. Hoc contendit Tannery (La Géom. Gr. p. 24), fretus loco Procli p. 100, 6, ubi extat formula *οἱ περὶ 'Απολλώνιον*. Quod argumentum cuiusmodi sit vidimus, alia autem argumenta cum non attulerit, eius de hac quaestione opinionem mittere licet.

1) Apud Arabes (cf. Suter, l.l. p. 19) commemoratur Apollonii commentatio de Euclidis petito quinto (axiomate undecimo). Quae si revera olim extitit, procul dubio in eodem libro locum habuit.
2) L.l. p. 488 sq.
3) Marin. in Euclid. Dat., ed. Menge, p. 234.
4) Cf. Eucl. ed. Heib., vol. V, prolegom. p. LXXXIX, adn. 2.



Mihi vero persuasum est Proclo Apollonii opus *αὐτοψεί* fuisse cognitum. Nam duobus exceptis locis [1]) nusquam Proclus indicat Apollonii sententias per alios sibi innotuisse; immo ita earum inicit mentionem, ut eum ex ipso libro eas desumpsisse non possis non suspicari. Inde enim a p. 194, 25 usque ad p. 195, 5 *αὐτολεξεί* citantur Apollonii verba, neque aliter res se habet p. 279, 18—280, 4. Saepe autem iudicium Proclus fert de Apollonii demonstrationibus vel constructionibus satis iniquum, et comparatione inter eius Euclidisque demonstrationes instituta Elementorum scriptorem nunquam non ei praeponit, ita ut appareat infesto eum in Apollonium fuisse animo. Neque obscura videtur huius rei causa; constat enim Apollonium saepius iusto vehementius atque acerbius in Euclidem esse invectum. Cuiusmodi verba in praefatione Conicorum inveniuntur [2]), et satis acriter ideo est vituperatus a Pappo (Synag. II, p. 676—678); vid. et Eutoc. in Apoll. ed. Heiberg, II p. 186: *ἀλλ' ὡς ἔοικεν ἐν ἑτέρῳ βιβλίῳ περὶ τόπων γεγραμμένῳ τῷ Εὐκλείδῃ ἐπισκήπτει.* Itaque facile intellegimus vix potuisse fieri, quin Apollonius in libro, in quo materiem ab Euclide tractatam nova eaque plane diversa ratione tractaret, hic illic acerbius aliquid in Euclidem proferret, talia autem Proclo bilem movisse, quippe qui magnopere Euclidem admiraretur. Sed probabilis haec non est explicatio, nisi Proclus Apollonii opus optime habuit cognitum. Nam si singulas demonstrationes vel constructiones, quas in commentariis sub Apollonii affert nomine, in Gemini opere aut apud commentatorem aliquem invenisset, fieri vix potuisset, ut tam vehementer Pergaeo irasce-

1) Quorum alterum (p. 123, 15 sqq.) ex Syriani libello quodam descripsit; a Syriano autem, Procli magistro, si Apollonii illud opus adiri potuit, ne Procli quidem aetate id interiisse tute statueris. Alter vero locus Gemino debetur, qui cum in axiomata inquireret, non potuit, quin etiam de Apollonii conaminibus faceret verba.
2) Apollon. Con., ed. Heiberg, I, p. 4.

retur. Itaque meo iure mihi statuere videor ipsum Apollonii de fundamentis geometriae librum a Proclo esse adhibitum.

*Claudium Ptolemaeum* quodammodo praecursorem fuisse geometriae non-Euclideae, quippe qui operam dederit, ut demonstraret famosum undecimum, quod vulgo dicitur, Euclidis axioma (in Heibergiana editione est petitum quintum), in Prolegomenis observavimus (cf. p. 16 sq.). Libelli autem, quem Ptolemaeus de hac scripsit quaestione, fragmenta nonnulla servavit Proclus. Obiter enim eius p. 191, 23 sq. inicit mentionem, satis vero longas ex eo p. 362, 14—363, 18 et p. 365, 7—367, 27 exscripsit disputationes. Quos locos hic copiose tractare minime necesse videtur, cum hoc tantum nobis sit investigandum, num ipso hoc Ptolemaei opusculo Proclus sit usus. Id quod revera eum fecisse pro certo mihi constat. Cum enim mecum reputo, quantopere ista de lineis parallelis doctrina Proclo in deliciis fuerit, certum videtur eum non satis habuisse explorare, quae antiqui commentarii de ea praeberent (id quod perhibet Tannery l.l. p. 28), sed ipsos libros de hoc argumento conscriptos consuluisse. Tanti enim momenti haec res ei videbatur, ut ipse contra morem suum nonnulla excogitarit, quibus eam redderet locupletiorem [1]). Praeterea loci contextus indicare videtur Proclum ipsum Ptolemaei libellum inter scribendum ante oculos habuisse; quae enim p. 365, 16 usque ad p. 367, 2 extant, ipsa exhibent Ptolemaei verba; titulum quoque eius opusculi nobis indicat p. 365, 8—9, id quod alias facit perraro. Denique, quod minime est negligendum, Proclus, qui Gemini auctoritatem tam saepe adhibet atque nusquam non ei obtemperat, in parallelarum axiomate tractando nullam eius

1) Vid. cap. X.



iniecit mentionem, cum tamen constet Geminum in axiomate illo demonstrando non parvam operam posuisse, longam enim eius hac de re disputationem nobis servavit Arabicus commentator (p. 119—133). Nimirum Ptolemaei conamina Geminianis lucubrationibus longe praetulit Proclus et hanc ob rem nullam harum mentionem iniecit in disputatione satis ceteroquin copiosa. Quae res clare, ni fallor, indicat multum Proclum in Ptolemaei libello collocasse studii; nam sic demum sentire potuit Ptolemaei demonstrandi rationem longe praestare Gemini conaminibus. Alioquin autem non facile a se impetrare potuisset, ut a Gemino, cuius vestigiis instare solet, discederet.

Quae *Posidonius* de quibusdam geometriae elementariae rebus protulit, ea per Geminum ad Proclum pervenisse in cap. VI vidimus. Aliter autem res se habere mihi videtur quod attinet ad peculiare quoddam Posidonii opusculum, quod contra Zenonem Sidonium conscripsit, qui geometriam evertere erat conatus. Zeno enim operam dederat ut ostenderet, etiamsi principia mathematica vera esse concesseris, tamen quae inde deducantur stare non posse, nisi simul aliud quoddam concedatur, quod inter principia non sit receptum. Toto autem caelo Zenonem errare et omnes eius argumentationes falsis niti fundamentis Posidonius ostendere studuit in opusculo, cuius apud Proclum p. 200, 1 sqq. mentio est iniecta, ubi haec extant: .... *πρὸς ὃν* (sc. Zenonem) *καὶ ὁ Ποσειδώνιος ὅλον γέγραφε βιβλίον δεικνὺς σαθρὰν αὐτοῦ πᾶσαν τὴν ἐπίνοιαν.* In commentario autem in primam Euclidis propositionem Proclus fuse de acerrima illa inter Zenonem Posidoniumque disserit contentione et prolixas utriusque affert disputationes. Quas a commentatore aliquo eum mutuatum esse censet Tannery (l.l. p. 28). Mihi vero persuasum est Proclum ipsum Posidonii opusculum de hac quaestione adiisse, idque varias ob causas. Primum enim gravissimam ei

visam esse hanc quaestionem inde elucet, quod larga disputatione dignam censuit; itaque veri est simile eum optimum de hac re consuluisse fontem. Deinde Zenonis (p. 214, 18—215, 10, imprimis autem p. 215, 10—13; p. 216, 16—19) et Posidonii (p. 216, 21 sqq.; p. 217, 24 sqq.) argumentationes ad verbum haud uno loco exscribit; quae res mihi indicio est, eum non commentarios nescio quos sed ipsum Posidonii libellum ante oculos habuisse. Quod idem totus loci suadet contextus; quid quod convicia nonnulla a Posidonio in Zenonem prolata nobis servavit Proclus, v. c. *τὸν δριμὺν Ἐπικούρειον* [1]) (p. 216, 21); *Ποσειδώνιος λέγει τὸν Ζήνωνα συκοφαντεῖν* (p. 218, 1)! Nonne haec omnia indicant Proclum Posidonii libellum optime habuisse cognitum? — Sed quid de opusculo, quo Zeno suam de hac re doctrinam exposuit, sit statuendum nescio. Fieri sane potuit, ut eius quoque libello sit usus noster; nec tamen quidquam obstat, quominus sumamus Zenonis argumentationes Proclo innotuisse ex isto Posidonii opusculo, in quo fieri non potuit, quin adversarii sui disputationes multas referret Apamensis.

*Carpi* mechanici adhibuit Proclus opus quoddam, cuius titulum exhibet p. 241, 19 sqq., ubi haec extant: *Κάρπος δὲ ὁ μηχανικὸς ἐν τῇ ἀστρολογικῇ πραγματείᾳ τὸν περὶ τῶν προβλημάτων καὶ θεωρημάτων λόγον ἀνακινήσας — εἰ μὲν κατὰ καιρὸν ἢ μή, παρείσθω πρὸς τὸ παρόν — ἐμβαλὼν δὲ ὅμως κτλ.* E quibus verbis luculenter apparet Carpi hoc opus ei fuisse notum, nam aliter statuere non potuisset, quam opportune Carpus illam de theorematum problematumque differentia quaestionem retractasset. Idem autem etiam hinc apparet, quod longam Carpi disputationem ad verbum p. 242, 22—243, 11 exscripsit.

1) Ita enim legendum esse egregie indicat Thurot, Revue critique, 1875, p. 98.



Elementorum autem epitome ab *Aenea* quodam composita, quae p. 361, 20 sqq. commemoratur, utrum Proclo praesto fuerit necne diiudicari nequit, cum hoc uno tantum loco obiter eius mentionem iniecerit noster.

Neque de *Eratosthene* certi quicquam potest statui, quem bis tantum nominat Proclus: p. 111, 22, qui locus ex Gemino est desumptus, et p. 43, 22 sq., ubi obiter de philosophico quodam eius placito fit sermo.

*Platonis* autem, *Aristotelis*, *Plotini*, *Archimedis* libros Proclo ad manum fuisse per se intellegitur, idemque valet de *Porphyrii* opere, cui titulus *Συμμικτά*, et de *Syriani*, Procli magistri, de angulo opusculo, ex quo omnia, quae p. 121, 12—126, 7 leguntur, fluxerunt. Etiam quae de *Pythagoreorum* doctrina philosophica apud nostrum inveniuntur, eum ex ipsis fontibus petiisse iure contendit Tannery, La Géom. Gr. p. 25—26.

Multa praeterea nomina magnorum virorum afferuntur in notissimo illo compendio [1]) de illustribus mathematicis, qui ante Euclidem floruerunt. Quod cum Proclus non ipse composuerit sed aliunde sit mutuatus, ut in cap. V ostendimus, effici inde nequit, ususne sit eorum, qui ibi afferuntur, operibus. Itaque compendium illud mittamus. — Ceterorum vero mathematicorum opera, quorum nomina exhibet Proclus, eum non consuluisse ex iis, quae hucusque disputavimus, concludi potest. Quae enim de *Thaletis*, *Oenopidis*, *Leodamantis*, *Pythagoreorum* inventis mathematicis leguntur, Proclum ex Eudemi historia geometrica petiisse in cap. V demonstratum est. Locus autem de *Hippocrate* (p. 213) cuinam sit attribuendus commentatori ambiguum est. Deinde *Amphinomi*, *Speusippi*, *Menaechmi*, *Zenodoti*, *Xenocratis*, *Persei*, *Chrysippi*, *Theodori* nomina iis tantum occurrunt locis, quos ex Gemino fluxisse ostendimus in

1) Cf. cap. V, p. 80 sqq.

cap. VI. Nec non *Posidoniana* — excepto sc. libello contra Zenonem — huc esse referenda ibidem docuimus. Quae autem de *Hippia* et *Nicomede* Proclus tradit, eum partim a Gemino, partim a Pappi commentariis esse mutuatum iam vidimus. Etiam disputatio de *Zenodori* triangulo κοιλογωνίῳ ex Pappi commentariis est desumpta. *Philonis* autem, *Philippi*, *Menelai* nomina locis occurrunt haud dubie Heronianis.

---

# CAPUT X.

---

Postquam Proclum permulta ex aliorum scriptis desumsisse apparuit, restat ut quaeramus, quid novi ab ipso Proclo excogitatum in eius occurrat commentariis. Non multa profecto inventa ad mathematicam pertinentia ab eo esse expectanda, id iam saepius indicavimus. Non enim verus erat mathematicus noster, sed philosophiae imprimis gratia mathesi operam dare solebat (cf. cap. I, p. 45 sq.), neque commentarios in Euclidem hoc conscripsit consilio, ut Elementa expleret amplificaretque, sed ut discipulorum in usum in mathematica tantum non rudium Elementa interpretaretur (cf. cap. II, p. 50 sqq.). Reputantes autem eum p. 200 ita de scribendi sua ratione loqui, ut permulta ex aliorum libris se deprompturum aperte significet, de suis ipsius vero inventis additamentisve nullum omnino faciat verbum, intellegimus Friedleinium in Indice, quem Procli editioni adiecit, iniuria magnum locorum numerum ipsi Proclo vindicasse, ipsi enim ea demum esse attribuenda, quae sive verborum delectu sive alia re aperte eum prodant auctorem (cf. cap. IV, p. 67 sq.).

In fine autem commentariorum locus extat, unde apparet, quibus praecipue in rebus Proclus a prioribus commentatoribus discesserit: ἡμεῖς δὲ .... τοὺς φιλοθεάμονας τῆς θεωρίας ταύ-

*της* (sc. mathematicae) *ἀξιοῦμεν κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον καὶ τῶν ἑξῆς ποιήσασθαι βιβλίων* (sc. Elementorum) *τὴν ἐξήγησιν τὸ πραγματειῶδες πανταχοῦ καὶ εὐδιαίρετον μεταδιώκοντας, ὡς τά γε φερόμενα νῦν ὑπομνήματα πολλὴν καὶ παντοδαπὴν ἔχει τὴν σύγχυσιν αἰτίας ἀπόδοσιν οὐδεμίαν συνεισφέροντα οὐδὲ κρίσιν διαλεκτικὴν οὐδὲ θεωρίαν φιλόσοφον* (p. 432, 9 sqq.). Philosophicas autem istas digressiones, quas Proclum de suo adiecisse intellegimus, neglegere nunc licet; quid vero sibi velint verba *τὸ πραγματειῶδες μεταδιώκοντας* luculenter apparet p. 200 et p. 84, ubi vituperat noster antiquiores commentatores, qui variis eiusdem propositionis casibus et lemmatis opera sua referserint neglectis expositionibus technicis. Quapropter modicum tantum eorum numerum in opus suum recepit, et huic rei magis dedit operam, ut inquireret in varia theorematum problematumque genera, in propositiones inversas, similia. Quae disputationes quamquam non ipsi Proclo debentur sed ex Gemini praesertim libro ab eo sunt desumptae, tamen hoc videtur Procli esse proprium, quod sua ratione Elementa est commentatus, non vero serviliter priorum commentatorum institit vestigiis. Tertia quoque in re eius commentarios ab antiquioribus discrepuisse testantur verba supra allata: *τὸ εὐδιαίρετον μεταδιώκοντας*, quae collatis verbis *ὡς τά γε φερόμενα νῦν ὑπομνήματα πολλὴν καὶ παντοδαπὴν ἔχει τὴν σύγχυσιν* huc imprimis referenda esse videntur, quod Proclus inter se distinxit varios eiusdem propositionis casus et *ἐνστάσεις* quae dicuntur, quas res priores commentatores misere inter se confudisse diserte dicit p. 289, 7 sqq. Hac igitur in re eius commentarii prioribus illis magnopere praestitisse videntur. Denique veteribus commentatoribus vertit vitio, quod causas propositionum non indicarint. Qua ex re sequitur omnes locos, ubi tale quid invenitur, commentatoribus assignandos non esse; alium autem Proclo hac in re fuisse fontem indicat locus, ubi de causis variarum propositionum investigandis est sermo, p. 202, 9—25, quem locum ex Gemino se petiisse ipse Proclus indicat. Singulae vero Euclidis Elementorum propositiones cum a Gemino non sint tractatae, Proclus autem hic illic nonnullarum propositionum indicet causas, veri perquam est simile ipsum Gemini exemplo instigatum has causas investigasse. Quapropter locos, ubi Proclus in propositionum quarundam causas minime inepte inquirit, p. 270, 5—24; p. 309, 3—310, 8; p. 310, 19—311, 23; p. 316, 14—318, 2; p. 384, 13—21; p. 426, 22—427, 8, ipsi vindicandos esse arbitror.



At aliis quoque locis nonnullis Procli proprium ingenium agnoscere mihi videor. Sic p. 198, 3—15, ubi crebra enumerat axiomata, quae Pappus axiomatis ab Euclide receptis addenda censuerat, hic illic ostendit minime necesse esse ad axiomata ea referri. Quas Pappi refutationes nisi de suo adicere non potuit, quoniam commentarios Pappi opere recentiores non adhibuit. Eandem autem ob causam etiam ea, quae p. 250, 12—19 leguntur, ad ipsum Proclum referenda censeo; quo loco exponitur ratio, qua Pappus ad demonstrationem quintae propositionis ab Euclidea diversam excogitandam pervenit. Nec non idem valet de loco p. 190, 9—23, ubi Pappi de singulari quodam angulorum genere (cf. c. VIII, p. 133 sq.) disputationi suas adicit observatiunculas.

P. 243, 12—29 Geminus contra Carpum, qui Stoici de theorematum problematumque differentia doctrinam impugnaverat, defenditur. Cuius loci dictio ipsum Proclum prodere videtur.

P. 327, 24—328, 15 Proclus propositionis cuiusdam demonstrationem a Pappo (cf. cap. VIII, p. 136 sq.) excogitatam paulum mutat, parallelis enim lineis non utitur (p. 328, 15 sq.).

P. 405, 4—406, 9 ipsius Procli extare observationem haec eius docent verba: *δοκεῖ δέ μοι τῶν τεττάρων τούτων θεωρημάτων .... μίαν ἀπόδειξιν ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ* (Elementorum) *παρέχεσθαι, λαν-*

*θάνειν τε τοὺς πολλοὺς τοῦτο ποιῶν.* Quae ultima verba significant, ni fallor, in prioribus commentariis nullum hac de re extitisse indicium.

Postremo Proclo attribuenda videntur, quae p. 365—373 disputata inveniuntur de famoso illo undecimo Euclidis axiomate (petito quinto), quod huiusce modi est: „Si in duas lineas rectas recta incidens angulos interiores et ad eandem partem duobus rectis minores efficit, rectae illae in infinitum productae concurrent ad eandem partem, in qua sunt anguli duobus rectis minores." Procli autem loco primum Ptolemaei huius axiomatis demonstratio affertur; quae quamquam multo melioris notae quam Gemini in hac re conamina ei visa est (cf. cap. IX, p. 144 sq.), tamen ne Ptolemaeum quidem acu rem tetigisse ratus operam dat ut ostendat, quae in eius argumentationibus sint debilia (p. 368, 1 sqq.). Quo loco nostrum argumenta proferre a se ipso cogitata loci contextus indicat (v. c. p. 368, 24—27). Deinde, postquam ostendere studuit immerito illud axioma a quibusdam esse addubitatum, id axioma demonstrandum sibi sumit. Quod ut perficiat, adhibet aliud quoddam axioma ab Aristotele olim receptum [1]). Quod axioma ab ipso Proclo — viro in Aristotele quam maxime versato — esse arcessitum luce clarius indicant haec eius verba: *πρὸς δὲ τὸν τοῦτο ἐπιζητοῦντα κατασκευαζόμενον ἰδεῖν λεγέσθω π α ρ' ἡ μ ῶ ν ὅτι δεῖ προλαβεῖν ἀξίωμα τοιοῦτον, ᾧ καὶ 'Αριστοτέλης ἐχρήσατο κτλ.* (p. 371, 10 sqq.). Cum autem ipso illo axiomate Aristotelico tota Euclidei axiomatis nitatur demonstratio, quae in sequentibus legitur, nulla extare potest dubitatio, quin Proclo haec sit vindicanda, id quod verba quoque indicant: P. 371, 24 *λέγω*, p. 372, 10 *τούτου προαποδειχθέντος ἀκολούθως δείξομεν τὸ προκείμενον*; cff. etiam haec, quae in fine loci quasi glorians dicit

1) Vid. Ar. de Cael., I, 5.



noster: *ὥστε δέδεικται τὸ προκείμενον.* Nec non Procli idem testatur fides, de qua cf. cap. I, p. 47. Qui cum permagni illam quaestionem faceret, dubium non est, si alius quidam eam solvisset, quin huius nomen aperte indicaturus fuerit; nam alienam gloriam sibi vindicare, id ab eo omnino erat alienum. Denique ipsi Proclo demonstrationem illam deberi hinc quoque efficitur, quod Philoponus in Ar. Anal. post. 29, 6 mentionem inicit Procli opusculi, cuius hoc sit argumentum: *τὰς ἀπ' ἐλαττόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομένας συμπίπτειν.* Quo titulo Philoponus procul dubio nostrum commentariorum locum designat [1]), apparet autem eam potissimum sectionem commentariorum Procli, quae est de undecimo Euclidis axiomate, floruisse notitia. Quod inde repeto, quod Proclus ibi contra morem suum proprium quoddam protulit inventum.

Quibus omnibus rebus bene perpensis equidem nullus dubito, quin ipsius Procli argumentationes nostro loco extent. Ceterum eas non magni esse aestimandas quivis in mathematica non plane rudis concedet, opinor.

Restat ut in transitu observemus Cantorem l.l. p. 466 errare, ubi contendit ea, quae p. 106, 12—15 de ellipsi leguntur, Procli deberi ingenio. Nam Gemino hunc locum esse vindicandum egregie demonstravit Tittel, l.l. p. 17—19.

Haec sunt, quae ad ipsum Proclum referenda videntur, non multa profecto neque magni pretii, sed tamen eiusmodi, ut iniuria Tannery statuisse videatur eum nusquam proprii aliquid protulisse [2]). Nam licet plurimorum scrinia compilaverit, sano id fecit adhibito iudicio minimeque servilem in modum, quippe qui saepius ab exemplis, quae priores ei praebebant commen-

1) Cf. Majer, l.l. p. 1, adn. 6.
2) L.l. passim.

tarii, discesserit. Sic opus composuit, quod et ab aliis [1]) saepe est adhibitum et summo Keplero dignum visum est, in quo multum consumeret studii, ut testatur liber eius, cui titulus „Historia Mundi". Nec non hodie honorificum de Procli commentariis iudicium fert v. d. Majer his verbis, quibus refert, quomodo ad Proclum Germanice vertendum sit perductus: „Ich glaubte, die Art und Weise der Behandlung, wie sie Proklus dem Euklid angedeihen lässt, sei werth auch in weiteren Kreisen bekannt zu werden" [2]).

Imprimis autem Procli opus iis utile est, qui historiae matheseos Graecae dant operam. Nam plurima ab eo servata sunt fragmenta ex operibus haud exigui momenti, et de geometricis studiis, quae ante Euclidem sunt facta, multa eaque gravissima praebet testimonia, quae tantum non omnia ex optimo fonte, nempe ex Eudemi geometrica historia desumpsit. Omnino autem eum operam dedisse, ut bonos fontes adiret, ex hoc libello apparuisse confido. Tres enim consuluit priores in Euclidem commentarios, qua re factum est, ut percipere iam possimus, qua ratione Euclidis Elementa varii geometrae olim sint commentati. Porro Gemini operis fragmenta passim apud eum extant. Denique de aliis quoque rebus gravissimis, quae refert, v. c. de undecimi Euclidis axiomatis demonstrandi conaminibus, vel de argumentationibus ad geometriam evertendam prolatis, ex auctoribus quam maxime idoneis petivit, nec per commentatores se de iis fieri certiorem passus est.

Lectoris autem commodo consulere mihi videor adiciendo indicem fontium, quos a Proclo in commentariis scribendis esse adhibitos pro certo demonstrasse mihi videor. Sunt igitur hi:

---

1) V. c. a commentatore Isaak Argyrus.
2) Majer, Proklos über die Petita und Axiomata bei Euklid, p. 3.



Eudemi historia geometriae.
Gemini *θεωρία τῶν μαθημάτων*.
Heronis commentarii in Euclidis Elementa.
Porphyrii commentarii in Euclidis Elementa.
Pappi commentarii in Euclidis Elementa.
Apollonii Pergaei opus quoddam, ad geometriam elementariam pertinens.
Ptolemaei opusculum de undecimo Euclidis axiomate demonstrando.
Posidonii libellus contra Zenonem Sidonium scriptus.
Carpi *ἀστρολογικὴ πραγματεία*.
Syriani de angulo opusculum.
Pythagoreorum philosophiae quaedam traditio.
Platonis opera.
Aristotelis opera.
Plotini Enneades.
Archimedis opera.

Qui index clare indicat tute hic nos posse statuere *Procli commentarios in primum Euclidis Elementorum librum esse fontem, cui viris doctis, qui historiae mathemathicae Graecae dant operam, magnam habere fidem liceat.*

In praecedentibus autem si iudicibus aequis et benevolis non inepte indicasse visus ero, quibus Proclus in commentariis scribendis sit usus fontibus quaeque in eius opere servata sint fragmenta ex multorum scriptorum libris, non nimis longe a scopo aberrasse me putabo.

---

# EPIMETRUM CRITICUM.

P. 42, 9 sqq. haec in codice M leguntur: πάλιν ἐκεῖνα θεωρήσωμεν, ὅπως ὁ Πλάτων θριγχὸν τῶν μαθημάτων ἐν πολιτείᾳ τὴν διαλεκτικὴν προσείρηκεν, καὶ ὅστις ὁ σύνδεσμος αὐτῶν οητὴν ἐπινομίδα συνθεὶς παραδίδωσιν. Levissima autem medela tantum non in integrum corruptum hunc locum restituit Friedlein litteram H in N mutans; legit enim: .... αὐτῶν, ὃν τὴν κτλ. Aegre tamen articulus mihi desiderari videtur, quapropter legendum esse censeo: .... ὃν ὁ τὴν ἐπινομίδα συνθεὶς παραδίδωσιν. Postquam enim littera N in H esset corrupta, librarium, qui νοητήν, vocabulum apud Proclum frequentissimum, ibi legendum esse censeret, voculam ὁ omisisse suspicor.

P. 44, 9 sqq.: ἀνωτέρω δ' ἔτι ταύτης ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων ἂν εἴη σύνδεσμος, ἣ καὶ θριγχὸν αὐτῶν, ὡς ἔφην, ἐν πολιτείᾳ προσείρηκεν. Omnino hic legendum esse censeo ἣ ν και θ.; cf. p. 42, 9 sqq. Verbi enim προσείρηκεν subiectum esse *Platonem* totus docet loci contextus.

P. 64, 3 sqq.: ταῦτα μὲν οὖν πολλοὶ τῶν πρεσβυτέρων ἀνέγραψαν, τὴν μαθηματικὴν ἐγκωμιάζειν προθέμενοι, καὶ διὰ ταῦτα ὀλίγα ἀπὸ πολλῶν ἡμεῖς ἐν τούτοις παρεθέμεθα τὴν γνῶσιν καὶ ὠφέλειαν ἐπιδεικ-



νύντες. Cum in praecedentibus Proclus exposuerit magnam studia mathematica afferre utilitatem, voculam καί pervulgato librariorum errore ex vocabulo ὡς ortam esse suspicor, itaque hanc commendare velim lectionem: τὴν γνῶσιν ὡ ς ὠφέλειαν ἐπιδεικνύντες.

P. 77, 7 sqq.: πάλιν δ' αὖ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰς προβλήματα διαιρεῖται καὶ θεωρήματα, τὰ μὲν τὰς γενέσεις περιέχοντα τῶν σχημάτων ...., τὰ δὲ καθ' αὑτὰ συμβεβηκότα ἑκάστοις δεικνύοντα. In ultima huius loci parte omnino requiritur articulus τά, quem a librariis esse omissum non est quod miremur. Itaque legatur: τὰ δὲ τ ὰ καθ' αὑτὰ κτλ.

P. 101, 11 sq.: δυοειδὴς γὰρ οὖσα (sc. linea) καίτοι τοῦ σημείου, μονάδος ἔχοντος λόγον, μετέχει δυαδικῶς. Vocabulum καίτοι in alienum locum aberrasse suspicor. Propono: δυοειδὴς γὰρ οὖσα τοῦ σημείου, καίτοι μονάδος ἔχοντος λόγον, μετέχει δυαδικῶς.

P. 194, 9 sq.: πολλοῦ ἄρα δεήσομεν ἡμεῖς τὸν γεωμέτρην Ἀπολλώνιον ἐπαινεῖν κτλ. Admirationem movet, quod Proclus hic indicat Apollonium fuisse geometram. Minime id profecto erat necessarium, cum Apollonius notissimus fuerit mathematicus, quippe qui „magni geometrae" acceperit cognomen [1]). Quapropter legere velim τὸν μέγαν γεωμέτρην. Ita acerbi aliquid Procli verba nanciscuntur, quod optime se habet, quoniam infesto eum erga Apollonium fuisse animo in cap. IX (p. 143) vidimus.

P. 364, 9 sqq.: καὶ δεῖ μεμνῆσθαι καὶ τῆς τοιαύτης τῶν ἀντιστροφῶν διαφορᾶς, ὅτι πᾶν τὸ ἀντιστρέφον ἢ ἓν ἑνὶ ἀντιστρέφει, ὡς τῷ πέμπτῳ τὸ ἕκτον (sc. theorema), ἢ πλείοσιν ἕν, ὡς τὸ νῦν προκείμενον τοῖς πρὸ αὐτοῦ. Haec cum legimus, non possumus quin

1) Cf. Eutoc. in Apollon., ed. Heiberg, II, p. 170.

rogemus, quot prioribus propositionibus haec propositio, de qua agitur, sit contraria. Itaque inserendam esse censeo voculam *δυσίν* post articulum *τοῖς*.

P. 365, 14 sqq.: *ἓν δὲ καὶ τοῦτο τῶν προδεδειγμένων τὸ τὰς ἀπὸ δυεῖν ὀρθαῖς ἴσων ἐκβαλλομένας μηδαμῶς συμπίπτειν. λέγω τοίνυν ὅτι καὶ τὸ ἀνάπαλιν ἀληθές, [καὶ] τὸ παραλλήλων οὐσῶν τῶν εὐθειῶν καὶ τεμνομένων ὑπὸ μίας εὐθείας τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας εἶναι.* Vocula *καί*, quam uncinis inclusi, pessime abundat.

P. 382, 15 sqq. investigatur methodus summae angulorum cuiusvis polygoni definiendae. Postquam autem observatum est quodvis polygonum triangulis constare et trianguli angulorum summam duobus rectis esse aequalem, haec addit Proclus: *διπλάσιος ἄρα ὁ τῶν γωνιῶν ἀριθμὸς αὐτῶν τῶν συντεθέντων τριγώνων γενόμενος παρέξεται τὸ πλῆθος τῶν ὀρθῶν, ὅσαις ἕκαστον πολύγωνον ἴσας ἔχει γωνίας.* Omnino autem verba *τῶν γωνιῶν* delenda videntur, quae verti nequeunt; iis autem sublatis rectissime totus locus se habet. Orta autem esse suspicor ex vocabulo *τριγώνων*, quod sequenti in linea legitur.

P. 388, 17 sqq.: *εὑρήσομεν οὐ μόνον τὰ χωρία διχοτομούσας τὰς διαμέτρους αὐτῶν, ἀλλὰ καὶ αὐτὰς ἴσας τὰς διαμέτρους ἐπὶ τῶν ὀρθῶν γωνιῶν — ἐπὶ δὲ τῶν μὴ τοιούτων ἀνίσους, καὶ εἴρηται ἐν τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι.* Hoc quoque loco voculam *ὡς* in illud *καί* abiisse mihi persuasum est. Legatur ergo: *ὡ ς εἴρηται κτλ.*

---

# THESES.

# THESES.

I.

Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarii praebent fontem, cui viri docti historiae matheseos Graecae operam dantes omnino fidem habere possunt, cum Proclus in hoc opere conscribendo optimorum auctorum opera in suum contulerit usum.

II.

Euclidis opus, cui titulus *Ψευδάρια*, Procli aetate nondum evanuerat.

III.

Non recte statuunt viri docti Gemini opus, cuius apud Simplicium in Arist. Phys. ed. Diels p. 291 his verbis fit mentio: *ὁ δὲ Ἀλέξανδρος φιλοπόνως λέξιν τινὰ τοῦ Γεμίνου παρατίθησιν ἐκ τῆς ἐπιτομῆς τῶν Ποσειδωνίου Μετεωρολογικῶν ἐξηγήσεως τὰς ἀφορμὰς ἀπὸ Ἀριστοτέλους λαβοῦσαν*, fuisse epitomen a Gemino factam ex ipsius in Posidonii Meteorologica commentariis.

IV.

Arist., Eq. 13 sqq. ordinem versuum mutare omnino non est necessarium. Personis paulo aliter distinctis ita legendum esse censeo:

NIK. τίς οὖν γένοιτ᾽ ἄν;
ΔΗΜ. λέγε σύ.
NIK. σὺ μὲν οὖν μοι λέγε,
ἵνα μὴ μάχωμαι.
ΔΗΜ. μὰ τὸν ᾿Απόλλω ᾿γὼ μὲν οὐ.
ἀλλ᾽ εἰπὲ θαρρῶν, εἶτα κἀγὼ σοὶ Φράσω.
NIK. πῶς ἂν σύ μοι λέξειας ἁμὲ χρὴ λέγειν.
ΔΗΜ. ἀλλ᾽ οὐκ ἔνι μοι τὸ θρέττε.
NIK. πῶς ἂν οὖν ποτε
εἴποιμ᾽ ἂν αὐτὸ δῆτα κομψευριπικῶς;

V.

Aristophanes in Ran., 645 sqq. eam respicit Sophoclis Philoctetae fabulae scenam, ubi Philoctetes gravissimo pedis dolore affectus hunc dissimulare studet (Philoct., 730 sqq.).

VI.

Arist. Av. versus 9 sqq. hunc in modum inter duos actores distribuo:

ΠΕΙ. ἀλλ᾽ οὐδ᾽ ὅπου γῆς ἐσμὲν οἶδ᾽ ἔγωγ᾽ ἔτι.
ἐντευθενὶ τὴν πατρίδ᾽ ἂν ἐξεύροις σύ που;
ETE. οὐδ᾽ ἂν μὰ Δία γ᾽ ἐντεῦθεν ᾿Εξηκεστίδης.
(Aliquantisper silentium est).
οἴμοι.
ΠΕΙ. σὺ μέν, ὦ τάν, τὴν ὁδὸν ταύτην ἴθι.



VII.

Van Deventer in Hell. Stud. p. 268 sqq. optima ratione Aristophanis contra Piersonum defendendi munere functus est.

VIII.

Philostrat. vit. Apoll. Tyan., IV, 38, p. 81: δοκεῖ δή μοι πρῶτον μὲν εὔξασθαι τοῖς θεοῖς δι᾽ οὓς ταῦτα ἐπὶ νοῦν ἦλθεν ὑμῖν τε κἀκείνοις, ἔπειθ᾽ ἡγεμόνας αὐτοὺς ποιεῖσθαι. θεῶν γὰρ χωρὶς ο ὐ δ᾽ ἐ ν ἄ λ λ ῳ ἐ σ μ έ ν.

Legatur: ο ὐ δ ὲ ν ἁ π λ ῶ ς ἐ σ μ έ ν.

IX.

Aeschyl. Prometh. 12 sqq.:

Κράτος Βία τε, σΦῷν μὲν ἐντολὴ Διὸς
ἔχει τέλος δὴ κοὐδὲν ἐμποδὼν ἔτι.
ἔγω δ᾽ ἄτολμός εἰμι συγγενῆ θεόν
δῆσαι βίᾳ Φάραγγι πρὸς δυσχειμέρῳ.

Collata lectione codicis Medicei
πρὸσ
τῆι δυσχειμέρωι
legendum censeo:

δῆσαι Φάραγγι τῇδε πρὸς δυσχειμέρῳ.

X.

In Sophoclis Philocteta Neoptolemi partes cum longe sint difficillimae haud dubie primo actori fuerunt attributae.

XI.

Soph. Oed. Col. 1204 sq.:

τέκνον, βαρεῖαν ἡδονὴν νικᾶτέ με
λέγοντες.

Pro vocabulo ἡδονήν legendum esse suspicor πημονήν.

## XII.

Eurip. Phoen. 1655 sqq. turbatus est ordo versuum. Versus 1662 sq. pono post vs. 1655, ita ut hunc in modum sit legendum:

1655 AN. *τί πλημμέλησας, τὸ μέρος εἰ μετῆλθε γῆς;*
1662 KP. *ἔκριν᾽ ὁ δαίμων, παρθέν᾽, οὐχ ἃ σοὶ δοκεῖ.*
1663 AN. *κἀκεῖνο κέκριται, μὴ ἐφυβρίζεσθαι νεκρούς.*
1656 KP. *ἄταφος ὅδ᾽ ἀνήρ, ὡς μάθῃς, γενήσεται.*

## XIII.

Homer. *α* 33 sq.:

*ἐξ ἡμῶν γὰρ φασὶ κάκ᾽ ἔμμεναι· οἳ δὲ καὶ αὐτοὶ*
*σφῇσιν ἀτασθαλίῃσιν ὑπὲρ μόρον ἄλγε᾽ ἔχουσι.*

Pro *αὐτοί* legatur *αὐτῶν* (cf. vs. 7).

## XIV.

Xen. Memor. IV, 2, 10: *ἀλλὰ μὴ ἀρχιτέκτων βούλει γενέσθαι; γνωμονικοῦ γὰρ ἀνδρὸς καὶ τοῦτο δεῖ.*

De industria hic vocabulo *γνωμονικοῦ* utitur Socrates, ut alludat ad instrumentum quoddam architectis usitatissimum, quod *γνώμων* vocatur.

## XV.

Xen. Memor. I, 2. 49: *ἀλλὰ Σωκράτης γ᾽, ἔφη ὁ κατήγορος, τοὺς πατέρας προπηλακίζειν ἐδίδασκε, π ε ί θ ω ν μὲν τοὺς συνόντας ἑαυτῷ σοφωτέρους ποιεῖν τῶν πατέρων, φ ά σ κ ω ν δὲ κατὰ νόμον ἐξεῖναι παρανοίας ἑλόντι καὶ τὸν πατέρα δῆσαι κ.τ.ἑ.*

Legatur: *ἀλλὰ Σωκράτης γε.... τοὺς πατέρας προπηλακίζειν ἐδίδασκε, φ ά σ κ ω ν μὲν τοὺς συνόντας ἑαυτῷ σοφωτέρους ποιεῖν τῶν πατέρων, π ε ί θ ω ν δὲ κ.τ.ἑ.*



## XVI.

Thucyd. II, 65, 10 legatur: *οἱ δὲ ὕστερον ἴσοι [αὐτοὶ] μᾶλλον πρὸς ἀλλήλους ὄντες καὶ ὀρεγόμενοι τοῦ πρῶτος < αὐτὸς > ἕκαστος γίγνεσθαι ἐτράποντο καθ᾽ ἡδονὰς τῷ δήμῳ καὶ τὰ πράγματα ἐνδιδόναι.*

Viam muniit v. cl. Van Herwerden.

## XVII.

Marin. vit. Procl., cap. IV: *πρὸς ἅπαντα δὲ τὰ δοκοῦντα τοῖς ἄλλοις εἶναι φοβερὰ ἀδεῶς εἶχε [καὶ] ἐκ μόνης τῆς φυσικῆς ταύτης ἐπιτηδειότητος, ἣν οὐκ ἄλλην τινὰ ἀρετὴν ἀνδρίαν δὲ μόνον προσήκει καλεῖν.*

Deleatur vocula inclusa.

## XVIII.

Iniuria Zeller in Philos. d. Griech. $I^4$ p. 317 sqq. contendit ad unam eandemque Pythagoreorum doctrinam haec duo placita esse referenda: Totam rerum naturam ex numeris esse constitutam, et: Numeros esse exempla, ad quae omnes res sint formatae.

## XIX.

Caes. Bell. Civ. I, 8: „Eadem fere atque eisdem verbis praetor Roscius agit cum Caesare."

Legatur: „Eadem atque fere eisdem verbis" etc.

## XX.

Tacit. Annal. XIII, 36: „Quod graviter Corbulo accepit increpitumque Paccium et praefectos milites que tendere extra vallum iussit; inque ea contumelia detenti nec nisi precibus universi exercitus exsoluti sunt."

Legendum: „inque ea contumelia < diu > detenti."

XXI.

Tacit. Dial. de Or., 8: „.... per multos iam annos potentissimi sunt civitatis ac, donec libuit, principes fori, nunc principes in Caesaris amicitia agunt feruntque cuncta atque ab ipso [principe] cum quadam reverentia diliguntur" e.q.s.

Delevi glossema.

XXII.

Corn. Nep., vit. Thrasyb., 4 legatur: „‚Nolite, oro vos', inquit ‚id mihi dare, quod multi invideant, plures etiam concupiscant. Nam parva munera diutina, locupletia non propria esse consuerunt. Quare ex istis nolo amplius quam centum iugera, quae et meam animi aequitatem et vestram voluntatem indicant'."

XXIII.

Vergil. Aen. I, 70:

aut age diversos et disice corpora ponto.

Suspectum mihi est vocabulum „corpora".

XXIV.

Cic. de nat. deor. I, 4, 9: „Hortata etiam est, ut me ad haec conferrem, animi aegritudo fortunae magna et gravi commota iniuria."

Mutetur „commota" in „commoti".

XXV.

Cic. de Rep. I, 2, 2: „Unde enim pietas aut [a quibus] religio? unde ius aut gentium aut hoc ipsum civile quod dicitur? unde iustitia, fides, aequitas? unde pudor, continentia, fuga turpitudinis, adpetentia laudis et honestatis? unde in laboribus et periculis fortitudo?"



Vocabula „a quibus" delenda videntur.

XXVI.

Senec. ad Helv. matr. de consol. 7, 3 legatur:

„.... Pyrenaeus Germanorum transitus non inhibuit. liberos coniugesque et graves senio parentes traxerunt. Per incognita versavit se humana levitas" e.q.s.

XXVII.

Sen. ad Helv. matr. de consol. 8, 4: „Mundus hic, quo nihil neque maius neque ornatius rerum natura genuit, animus contemplator admiratorque mundi, pars eius magnificentissima, propria nobis et perpetua et tamdiu nobiscum mansura sunt, quamdiu ipsi manebimus."

Ita Haase cum codice Mediolanensi. Multo melius placet altera lectio: „.... propria nobis et perpetua, tamdiu nobiscum" e.q.s.

XXVIII.

Sen. ad Helv. matr. de consol. 16, 5: „Ne feminae quidem te sinent intabescere vulneri tuo, sed leviore necessario moerore cito defunctam iubebunt exsurgere" e.q.s.

Collata lectione codicis Gryphiswaldensis „sed levior est necessario" legendum videtur:

„.... sed leviore et necessario moerore" e.q.s.

XXIX.

Sen. ad Gall. de vit. beat. 1, 3: „Atqui nulla res nos maioribus malis implicat, quam quod ad rumorem componimur, optima rati ea, quae magno adsensu recep*ta sunt*, quodque exempla bonis mul*ta sunt*, nec ad rationem sed ad similitudinem vivimus."

Legatur: „quodque exempla ponimus, nec ad" e.q.s.

Cf. Sen. Epist. 123, 6.

XXX.

Sen. ad Gall. de vit. beat. 3, 2: „Fortasse et post omnes citatus nihil improbabo ex iis, quae priores decreverint, et dicam: ‚hoc amplius censeo'."

Legendum est: „Fortasse post omnes citatus et nihil improbabo.... et dicam...."

XXXI.

Horat. de arte poet. 208 sq.:

Postquam coepit agros extendere victor, et urbes
Latior amplecti murus.

Recipienda est lectio: „et urbem".

book is ... ted.